

## О размерности поддуг в самоподобных дендритах с бесконечной самоподобной границей

Научный руководитель – Тетенев Андрей Викторович

*Кадирова Махлиё Бобохон кизи*

Аспирант

Новосибирский национальный исследовательский государственный университет,

Новосибирск, Россия

E-mail: *m.kadirova@g.nsu.ru*

Пусть  $\mathcal{S} = \{S_1, \dots, S_m\}$  — система сжимающих подобий в  $\mathbb{R}^2$ , а  $K = S_1(K) \cup \dots \cup S_m(K)$  — её аттрактор. Если  $K$  связан и не содержит замкнутых жордановых кривых, то  $K$  — самоподобный дендрит.

Множество  $\partial K$  тех  $x \in K$ , для которых существуют индексы  $i_1, \dots, i_n, j_1, j_2$  такие, что  $S_{i_1 \dots i_n}(x) \in K_{j_1} \cap K_{j_2}$ , называется *самоподобной границей*  $K$  [3]. Если  $\partial K$  конечна, то минимальное поддерево  $\gamma \subset K$ , содержащее  $\partial K$  (*главное дерево*) является аттрактором конечной граф-ориентированной системы подобий из полугруппы  $G(\mathcal{S})$ .

В работе [1] строилось семейство самоподобных дендритов с бесконечной самоподобной границей, заданных системой  $\mathcal{S} = \{S_1, S_2, S_3, S_0\}$  подобий, переводящих треугольник  $\Delta$  в треугольники  $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  (см. рисунок) а вершины треугольника  $\Delta_0$  имели непериодические адреса. Никакая система поддуг в таких  $K$  не является аттрактором конечной граф-ориентированной системы. Мы показываем, что поддуги  $\gamma_{OA_1}, \gamma_{OA_2}, \gamma_{OA_3}$  в таких дендритах задаются бесконечной системой сжимающих подобий, свойства которой описываются следующей теоремой:

**Теорема 1.** Пусть  $\Delta$  — равносторонний треугольник в  $\mathbb{R}^2$  с основанием  $[0, 1]$  и пусть  $\{\sigma_i, i \in \mathbb{N}\}$  — такая система сжимающих подобий, что

$\sigma_i(\Delta) \subset \Delta$ ;  $\overline{\bigcup \sigma_i([0, 1])}$  есть жорданова дуга  $\hat{\gamma}$  в  $\Delta$  с концами в 0 и 1; для любых  $i \neq j$ ,  $\sigma_i(\Delta) \cap \sigma_j(\Delta) = \emptyset$ ; одномерная мера  $L_1(\hat{\gamma} \setminus \bigcup \sigma_i([0, 1])) = 0$ .

Тогда: 1) существует единственная жорданова дуга  $\tilde{\gamma} \subset \Delta$ , такая что  $\tilde{\gamma} = \overline{\bigcup S_i(\tilde{\gamma})}$ ;

2) Хаусдорфова размерность  $s$  дуги  $\tilde{\gamma}$  задается уравнением  $\sum_{i=1}^{\infty} q_i^s = 1$ , где  $q_i = \text{Lip}(\sigma_i)$ ;

3) мера  $H_s(\tilde{\gamma})$  конечна и положительна.

Из этой теоремы следует положительность и конечность  $s$ -мерной меры каждой из поддуг в  $K$  [2].

### Источники и литература

- 1) Abrosimov N. V., Chanchiyeva M. V., Tetenov A. V. On the set of subarcs in some non-postcritically finite dendrites, Сиб.электрон.матем. изв., (2019), том 16, 975–98
- 2) Morán M., Hausdorff measure of infinitely generated self-similar sets, Monatsh. Math. (1996) 387–399.
- 3) Tetenov A. V. Finiteness properties for self-similar sets, arxiv.org/abs/2003.04202, (2020).

### Иллюстрации

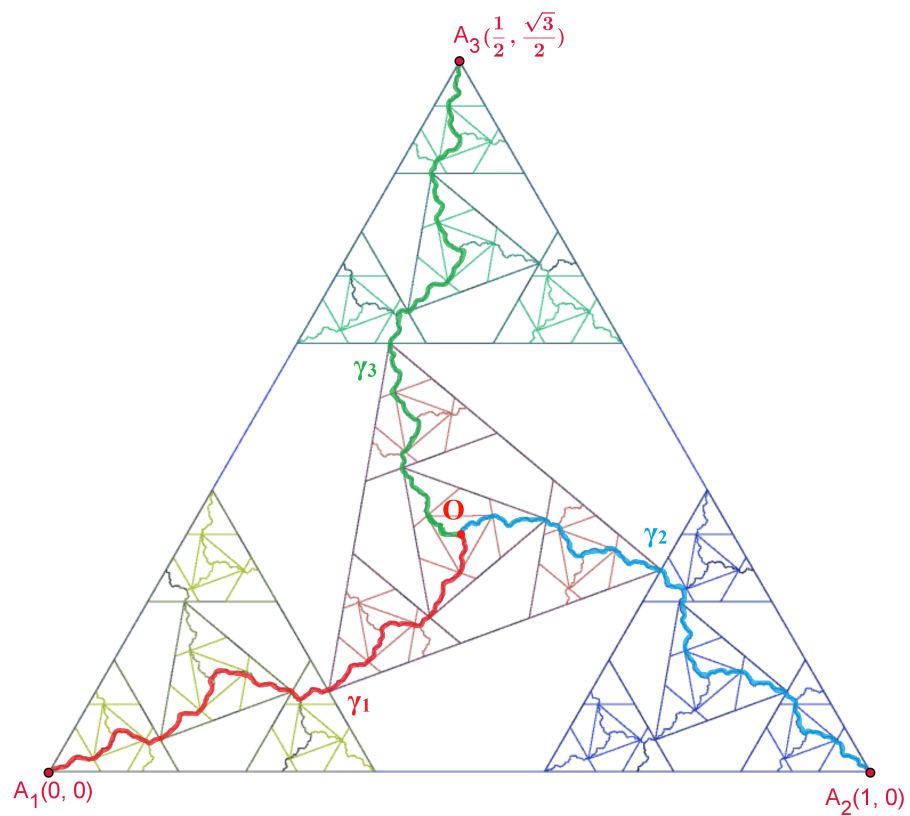


Рис. : Система сжимающих подобий  $\mathcal{S} = \{S_1, S_2, S_3, S_0\}$