Об одной группе Коксетера

Научный руководитель – Гайфуллин Александр Александрович

Шен Эрик Аланович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва, Россия

E-mail: Erick.2013@yandex.ru

В 2003г. в работе [1] А.А. Гайфуллин описал системы Коксетера, нервы которых являются псевдомногообразиями и обладают высокой степенью смежности. Из полученной классификации следует, что все такие системы Коксетера являются прямым произведением конечного числа систем Коксетера из некоторого набора. Одна из этих систем выделяется исключительно богатой группой симметрий. Граф Коксетера, соответствующий этой системе, изображён на Рисунке 1. Интерес к изучению нервов групп Коксетера связан в том числе с тем, что они являются линками вершин важных клеточных комплексов, на которых действуют эти группы, см. [2].

Определение 1. Группа Коксетера - это группа, которая задаётся в виде $\langle s_1, s_2, \ldots, s_n | (s_i s_j)^{m_{ij}} = 1\rangle$, где $m_{ii} = 1$, $m_{ij} \geq 2$ при $i \neq j$ и допускается $m_{ij} = \infty$, что означает отсутствие соотношения.

Определение 2. Система Коксетера - это пара (W, S), где W - группа Коксетера, а S - набор порождающих.

В 2023 г. автором получен следующий результат.

Теорема 1. *Пусть (W, S) - система Коксетера, соответствующая графу Коксетера, изображенному на Рисунке 1. Тогда в W есть свободная от кручения подгруппа J индекса $2^{48}120^3$. При этом W действует на множестве старших клеток некоторого конечного клеточного CW-комплекса E размерности 9, а J реализуется как стабилизатор клетки старшей размерности в E. Комплекс E является топологическим многообразием, и, кроме того, E - классифицирующее пространство для J, т.е. $E = K(J, 1)$.*

Доказательство получено путём явного построения комплекса E в виде 2^{48}-листного накрытия над некоторым более просто устроенным (с комбинаторной точки зрения) комплексом, тесно связанным с графом Коксетера, изображённым на Рисунке 2.

Источники и литература

1) А. А. Гайфуллин, “Нервы групп Кокстера”, УМН, 58:3(351) (2003), 189–190
2) M. W. Davis. Groups generated by reflections and aspherical manifolds not covered by Euclidean space. Annals of Mathematics, 1983, 117:293–294.

Иллюстрации

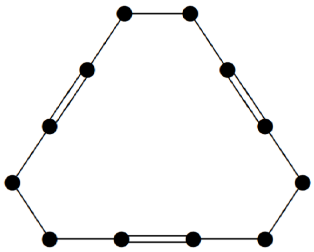

Рис. : Рисунок 1

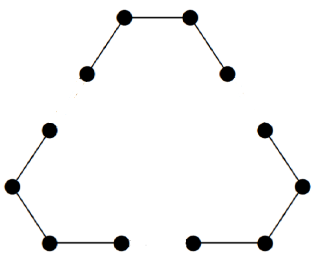

Рис. : Рисунок 2