

Сложность задачи о существовании сюръективного гомоморфизма для рефлексивных графов.

Научный руководитель – Жук Дмитрий Николаевич

Корчагин Никита Павлович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математической теории
интеллектуальных систем, Москва, Россия

E-mail: kolkor92@gmail.com

В данной работе рассматривается массовая задача $\text{Surj-Hom}(H)$, в которой для фиксированного графа H по заданному графу G требуется проверить, существует ли сюръективный гомоморфизм из G на H . Известно, что сложность задачи о существовании обычного гомоморфизма полностью определяется структурой полиморфизмов отношения смежности H – функций, сохраняющих это отношение [4]. Также известна сложность $\text{Surj-Hom}(H)$ для случаев, когда все полиморфизмы H являются существенно унарными [1]. Тем не менее, не существует полной классификации сложности $\text{Surj-Hom}(H)$.

Пусть C – неориентированный рефлексивный цикл длины n . Известна сложность задачи $\text{Surj-Hom}(C)$ для $n \leq 4$ [3]. В работе автора доказано, что для $n \geq 7$ задача $\text{Surj-Hom}(C)$ является NP-трудной.

Пусть C – рефлексивный цикл длины n , в котором каждое ребро имеет ориентацию. Известна сложность $\text{Surj-Hom}(C)$ для $n \leq 3$ [2]. Истоком будем называть вершину C , в которую не входит ни одного ребра (кроме петли). Для следующих классов C в работе доказана NP-трудность $\text{Surj-Hom}(C)$:

- Циклы длины $n \geq 4$, в которых не больше одного истока.
- Циклы, в которых как минимум четыре истока.
- Циклы длины $n \geq 5$, имеющие ровно два истока.
- Циклы длины $n \geq 7$, имеющие ровно три истока.

Источники и литература

- 1) Chen, H. An algebraic hardness criterion for surjective constraint satisfaction. // Algebra Universalis. 72 pp. 393-401 (2014).
- 2) Benoît Larose, Barnaby Martin, and Daniël Paulusma. 2018. Surjective H-Colouring over Reflexive Digraphs.// ACM Trans. Comput. Theory 11, 1, Article 3 (March 2019), 21 pages.
- 3) Martin, B. & Paulusma, D. The computational complexity of disconnected cut and 2K2-partition. // Journal Of Combinatorial Theory, Series B. 111 pp. 17-37 (2015).
- 4) Dmitriy Zhuk. 2020. A Proof of the CSP Dichotomy Conjecture. // J. ACM 67, 5, Article 30 (October 2020), 78 pages.