

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

## Собственные значения дифференциального оператора, описывающего рост магнитного поля в диске

Научный руководитель – Михайлов Евгений Александрович

*Фролова Мария Владимировна*

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Физический факультет, Кафедра математики, Москва, Россия

*E-mail: pashentceva.mv17@physics.msu.ru*

Генерация магнитных полей в космических объектах - важная задача магнитной гидродинамики [1]. Особенный интерес представляет рост поля в диске, являющийся хорошей моделью для галактик и аккреционных дисков, окружающих массивные астрофизические объекты. В случае дисков, полутолщина которых не является достаточно малой, эволюция поля описывается с помощью задачи на собственные значения:

$$\hat{L} = \begin{pmatrix} 0 & D^{1/2} \\ D^{1/2} & 0 \end{pmatrix} + \lambda^2 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \right\};$$

$$\hat{V} = \chi \begin{pmatrix} 0 & D^{1/2} z \frac{d}{dz} \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\vec{B}|_{r=0} = \vec{B}|_{r=1} = \vec{B}|_{z=-\lambda} = \vec{B}|_{z=+\lambda} = 0;$$

где  $\vec{B} = \left( -B_r \sqrt{\frac{R_\alpha}{R_\omega}}, B_\varphi \right)$  описывает магнитное поле,  $R_\alpha$ ,  $R_\omega$ ,  $D = R_\alpha R_\omega$  - параметры течения.  $\chi$  характеризует роль вертикальных потоков,  $\gamma$  - собственное значение, показывающее скорость экспоненциального роста магнитного поля по закону  $\exp \gamma t$ . В свою очередь, собственные функции будут показывать структуру магнитного поля и его зависимость как от расстояния до плоскости, так и до оси  $z$ . Собственные значения для оператора  $\hat{L}$  могут быть найдены точно и аналитически, а собственные функции сводятся к произведениям функций Бесселя и синусов. В то же время для исходной задачи поиск собственных значений оказывается возможен лишь с помощью асимптотических или численных методов. Мы построили приближение с использованием методов теории возмущений, хорошо известной в квантовой механике [2]. Для достаточно малых  $\chi$  результаты для собственного значения хорошо соответствуют ее первому порядку [3]. Также нами была рассмотрена редуцированная одномерная задача, воспроизводящая основные свойства магнитного поля. Для нее также удалось найти второе приближение [4], которое позволяет найти решение задачи с большей точностью и выявить ряд новых свойств решения.

### Источники и литература

- 1) Краузе Ф., Рэдлер К.-Х. Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо. Пер. с англ. - М.: Мир, 1984
- 2) Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Квантовая механика (нерелятивистская теория). М., 1989.
- 3) Михайлов Е. А., Пашенцева М. В. // Вестник Московского университета. Серия 3: Физ., Астрон. — 2022. — № 5. — С. 65–69.
- 4) Mikhailov E., Pashentseva M. // Mathematics. — 2023. — Vol. 11, no. 14. — P. 3106.