Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

О сопряженности $\mathfrak{F}^{\omega}$-инъекторов конечных групп

Научный руководитель – Сорокина Марина Михайловна

Новикова Диана Геннадьевна
Аспирант
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск, Россия
E-mail: novikovadg@yandex.ru

Рассматриваются только конечные группы. В теории классов конечных групп важное место занимают подгруппы, определяемые посредством фиксированных классов. К таким подгруппам относятся $\mathfrak{F}$-инъекторы в группах, введенные в рассмотрение в совместной работе Б. Фишера, В. Гашюца, Б. Хартли [4]. Понятие $\mathfrak{F}$-инъектора, где $\mathfrak{F}$ — класс групп, является обобщением понятия силовской подгруппы, а именно, всякая силовская p-подгруппа группы является её $\mathfrak{N}_p$-инъектором, где $\mathfrak{N}_p$ — класс всех p-групп (p — простое число). $\mathfrak{F}$-инъекторы в группах достаточно хорошо изучены в случае, когда $\mathfrak{F}$ является классом Фиттинга, т.е. классом групп, замкнутым относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных подгрупп, принадлежащих данному классу (см., например, [3]).

Понятие $\mathfrak{F}^{\omega}$-инъектора, где ω — непустое множество простых чисел, является естественным обобщением понятия $\mathfrak{F}$-инъектора. Пусть $\mathfrak{F}$ — класс групп. Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}^{\omega}$-инъектором в G, если H — $\mathfrak{F}$-максимальная подгруппа в G и для каждой субнормальной ω-подгруппы K группы G пересечение $H \cap K$ является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой в K [2]. Множество всех $\mathfrak{F}^{\omega}$-инъекторов группы включает в себя множество всех её $\mathfrak{F}$-инъекторов. В случае, когда ω совпадает с множеством всех простых чисел, понятие $\mathfrak{F}^{\omega}$-инъектора совпадает с понятием $\mathfrak{F}$-инъектора группы. Известно, что если $\mathfrak{F}$ является непустым классом Фиттинга, то в любой конечной разрешимой группе существуют $\mathfrak{F}$-инъекторы, а следовательно, и $\mathfrak{F}^{\omega}$-инъекторы (см., например, [1, с. 194]).

В теореме 1 установлены условия, при которых любые два $\mathfrak{F}^{\omega}$-инъектора группы G являются сопряженными в G.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — непустой класс Фиттинга, G — разрешимая группа, удовлетворяющая условию $\pi(G') \subseteq \omega$. Тогда любые два $\mathfrak{F}^{\omega}$-инъектора группы G сопряжены в G.*

В случае, когда ω совпадает с множеством всех простых чисел, из теоремы 1 вытекает известный результат о $\mathfrak{F}$-инъекторах конечных групп (см. [1, теорема 5.45]).

Источники и литература

1) Монахов В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов. Мн.: Выш. шк., 2006.
2) Сорокина М.М., Новикова Д.Г. О $\mathfrak{F}^{\omega}$-инъекторах конечных групп // Материалы VIII Всероссийской научно-практической конф. с межд. участием «Современные проблемы физико-математических наук». Орёл: ОГУ им. И.С. Тургенева, 2022. С. 194-198.
3) Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. Berlin – New York: Walter de Gruyter, 1992.
4) Fischer B., Gaschutz W., Hartley B. Injektoren endlicher auflosbarer Gruppen // Math. Z. 1967. Vol. 102, No 5. P. 337-339.