Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

О σ_Ω-расслоенных формациях конечных групп

Научный руководитель – Сорокина Марина Михайловна

Нестеров Александр Сергеевич

Аспирант

Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск, Россия

E-mail: a.s.nest@yandex.ru

Рассматриваются только конечные группы. Классом групп называется совокупность групп, содержащая с каждой группой и все группы, ей изоморфные. Изучаются формации, т.е. классы групп, замкнутые относительно гомоморфных образов и подпрямых произведений. σ_Ω-Расслоенные формации были построены в [2] в качестве обобщения Ω-расслоенных формаций, введенных в рассмотрение В.А. Ведерниковым (см. [1]), на основе σ-концепции А.Н. Скибы (см., напр., [3]). В теореме 1 установлено строение $\mathfrak{F}$-корадикала группы в случае, когда $\mathfrak{F}$ является σ_Ω-расслоенной формацией.

Пусть $\mathfrak{G}$ — класс всех конечных групп, $\mathfrak{I}$ — класс всех простых групп из $\mathfrak{G}$, Ω — непустой подкласс класса $\mathfrak{I}$, $K(G)$ — класс всех групп, изоморфных композиционным факторам группы G; $O_\Omega(G)$ — наибольшая нормальная подгруппа группы G, все композиционные факторы которой принадлежат Ω; σ_Ω — произвольное разбиение класса Ω, т.е. $\sigma_\Omega = \{\Omega_i \mid i \in I\}$, где Ω_i — непустой подкласс класса Ω для любого $i \in I$, $\Omega = \cup_{i\in I}\Omega_i$ и $\Omega_i \cap \Omega_j = \varnothing$ для любых $i, j \in I, i \neq j$. Пусть $\mathfrak{G}_{{\Omega_i}'} = \{G \in \mathfrak{G} \mid K(G) \cap \Omega_i = \varnothing\}$; φ и f — функции такие, что $\varphi : \sigma_\Omega \to \{$непустые формации Фиттинга групп$\}$, где $\mathfrak{G}_{{\Omega_i}'} \subseteq \varphi(\Omega_i)$ для любого $i \in I$; и $f : \sigma_\Omega \cup \{{\sigma_\Omega}'\} \to \{$формации групп$\}$, где $f({\sigma_\Omega}') \neq \varnothing$. Пусть $\sigma_\Omega(f) = \{\Omega_i \in \sigma_\Omega \mid f(\Omega_i) \neq \varnothing\}$. Для произвольной группы G полагаем $\sigma_\Omega(G) = \{\Omega_i \in \sigma_\Omega \mid \Omega_i \cap K(G) \neq \varnothing\}$. Формация $\mathfrak{F} = \{G \in \mathfrak{G} \mid G/O_\Omega(G) \in f({\sigma_\Omega}')$ и $G/G_{\varphi(\Omega_i)} \in f(\Omega_i)$ для любого $\Omega_i \in \sigma_\Omega(G)\}$ называется σ_Ω-расслоенной формацией с направлением φ и спутником f [2], где $G_{\varphi(\Omega_i)}$ — наибольшая нормальная подгруппа группы G, принадлежащая классу $\varphi(\Omega_i)$. Для непустой формации $\mathfrak{F}$ через $G^{\mathfrak{F}}$ обозначается $\mathfrak{F}$-корадикал группы G, т.е. наименьшая нормальная подгруппа в G, фактор-группа по которой принадлежит $\mathfrak{F}$; $\mathfrak{X} \circ \mathfrak{F} = \{G \in \mathfrak{G} \mid G^{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{X}\}$ — корадикальное произведение класса групп $\mathfrak{X}$ и формации $\mathfrak{F}$.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — σ_Ω-расслоенная формация с направлением φ и спутником f, $\mathfrak{H} = \cap_{\Omega_i \in \sigma_\Omega \setminus \sigma_\Omega(f)} \mathfrak{G}_{{\Omega_i}'}$, $\mathfrak{M} = \mathfrak{G}_\Omega \circ f({\sigma_\Omega}')$, $\mathfrak{L} = \cap_{\Omega_i \in \sigma_\Omega(f)} \varphi(\Omega_i) \circ f(\Omega_i)$. Тогда для любой группы G справедливо*:

$$G^{\mathfrak{F}} = \begin{cases} G^{\mathfrak{H}} G^{\mathfrak{M}}, & \text{если } \sigma_\Omega(f) = \varnothing, \\ G^{\mathfrak{M}} G^{\mathfrak{L}}, & \text{если } \sigma_\Omega(f) = \sigma_\Omega, \\ G^{\mathfrak{H}} G^{\mathfrak{M}} G^{\mathfrak{L}}, & \text{если } \varnothing \neq \sigma_\Omega(f) \neq \sigma_\Omega. \end{cases}$$

Источники и литература

1) Ведерников В.А. Максимальные спутники Ω-расслоенных формаций и классов Фиттинга конечных групп // Труды ИММ УрО РАН, 2001. Т. 7, №2. С. 55-71.
2) Нестеров А.С., Сорокина М.М. Построение $\bar{\Omega}$-расслоенных формаций конечных групп // Ученые записки Брянского гос. ун-та. 2023. №2. С. 7-12.
3) Skiba A.N. On σ-properties of finite groups I // Problems of Physics, Mathematics and Technics. 2014. No. 4 (21). P. 89-96.