

Алгебры Ли, задаваемые касательными направлениями к однородным проективным многообразиям

Научный руководитель – Тимашев Дмитрий Андреевич

Завадский Андрей Олегович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей алгебры, Москва, Россия
E-mail: sky-zav@mail.ru

<p>Доклад основан на статье [1].
Пусть $X \subset \mathbb{P}^m$ — вложенное комплексное проективное многообразие. Рассмотрим соответствующее ему аффинное коническое многообразие $\widehat{X} \subset \mathbb{C}^{m+1}$. Мы исследуем алгебру Ли \mathfrak{L} , которая порождается векторным пространством \mathbb{C}^{m+1} и задана определяющими соотношениями вида

$$[\xi, \eta] = 0 \quad \forall \xi \in \widehat{X}^{\text{reg}}, \eta \in \mathcal{T}_\xi \widehat{X},$$

где $\mathcal{T}_\xi \widehat{X}$ — касательное пространство к \widehat{X} в точке ξ .
Алгебры такого вида интересны тем, что они возникают в связи с исследованиями многообразий минимальных рациональных касательных, определенных Д. Хваном и Н. Моком [2,3]. Оказывается, что в некоторых случаях такие алгебры изоморфны алгебрам символов фильтрованных систем распределений на многообразиях Фано, порожденными конусами над многообразиями минимальных рациональных касательных в точках общего положения.
Пусть R — неприводимое представление полупростой комплексной группы Ли G в пространстве V с младшим весом Λ , v_Λ — младший вектор представления, $\widehat{X} = R(G)v_\Lambda \cup \{0\}$ — замыкание орбиты младшего вектора. Это коническое аффинное алгебраическое многообразие, а его проективизация X — однородное проективное многообразие в пространстве $\mathbb{P}(V)$.
Мы исследуем алгебры Ли, которые задаются касательными направлениями к многообразиям такого вида. Такие алгебры удается описать в терминах образующих и соотношениях. Кроме того, оказывается, что каждая такая алгебра связана с некоторой алгеброй Каца-Муди, которую можно построить по паре (G, Λ) . Точнее, исследуемые алгебры совпадают с положительными частями треугольного разложения алгебр Каца-Муди или являются их факторалгебрами. В тех случаях, когда соответствующая алгебра Каца-Муди имеет аффинный тип, мы можем точно описать структуру алгебры, задаваемой касательными направлениями.

</p>

Источники и литература

- 1) А.О. Завадский. Об алгебрах Ли, задаваемых касательными направлениями к однородным проективным многообразиям // Матем. заметки. Сер. 114. 2023. №. 5. С. 1037-1052.
- 2) J.-M. Hwang. Geometry of minimal rational curves on Fano manifolds // School on Vanishing Theorems and Effective Results in Algebraic Geometry (Trieste, 2000), ICTP Lect. Notes, 6, Abdus Salam Int. Cent. Theoret. Phys., Trieste, 2001, 335–393.
- 3) J.-M. Hwang, N. Mok. Deformation rigidity of the rational homogeneous space associated to a long simple root // Ann. Sci. École Norm. Sup. (4), 35:2 (2002), 173–184.