

**Алгебры Ли, задаваемые касательными направлениями к однородным проективным многообразиям**

**Научный руководитель – Тимашев Дмитрий Андреевич**

**Завадский Андрей Олегович**

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра высшей алгебры, Москва, Россия  
*E-mail: sky-zav@mail.ru*

<p>Доклад основан на статье [1].<br />Пусть  $X \subset \mathbb{P}^m$  — вложенное комплексное проективное многообразие. Рассмотрим соответствующее ему аффинное коническое многообразие  $\widehat{X} \subset \mathbb{C}^{m+1}$ . Мы исследуем алгебру Ли  $\mathfrak{L}$ , которая порождается векторным пространством  $\mathbb{C}^{m+1}$  и задана определяющими соотношениями вида<br />

$$[\xi, \eta] = 0 \quad \forall \xi \in \widehat{X}^{\text{reg}}, \eta \in \mathcal{T}_\xi \widehat{X},$$

где  $\mathcal{T}_\xi \widehat{X}$  — касательное пространство к  $\widehat{X}$  в точке  $\xi$ .<br />Алгебры такого вида интересны тем, что они возникают в связи с исследованиями многообразий минимальных рациональных касательных, определенных Д. Хваном и Н. Моком [2,3]. Оказывается, что в некоторых случаях такие алгебры изоморфны алгебрам символов фильтрованных систем распределений на многообразиях Фано, порожденными конусами над многообразиями минимальных рациональных касательных в точках общего положения.<br />Пусть  $R$  — неприводимое представление полупростой комплексной группы Ли  $G$  в пространстве  $V$  с младшим весом  $\Lambda$ ,  $v_\Lambda$  — младший вектор представления,  $\widehat{X} = R(G)v_\Lambda \cup \{0\}$  — замыкание орбиты младшего вектора. Это коническое аффинное алгебраическое многообразие, а его проективизация  $X$  — однородное проективное многообразие в пространстве  $\mathbb{P}(V)$ .<br />Мы исследуем алгебры Ли, которые задаются касательными направлениями к многообразиям такого вида. Такие алгебры удается описать в терминах образующих и соотношениях. Кроме того, оказывается, что каждая такая алгебра связана с некоторой алгеброй Каца-Муди, которую можно построить по паре  $(G, \Lambda)$ . Точнее, исследуемые алгебры совпадают с положительными частями треугольного разложения алгебр Каца-Муди или являются их факторалгебрами. В тех случаях, когда соответствующая алгебра Каца-Муди имеет аффинный тип, мы можем точно описать структуру алгебры, задаваемой касательными направлениями.<br /><br /></p>

**Источники и литература**

- 1) А.О. Завадский. Об алгебрах Ли, задаваемых касательными направлениями к однородным проективным многообразиям // Матем. заметки. Сер. 114. 2023. №. 5. С. 1037-1052.
- 2) J.-M. Hwang. Geometry of minimal rational curves on Fano manifolds // School on Vanishing Theorems and Effective Results in Algebraic Geometry (Trieste, 2000), ICTP Lect. Notes, 6, Abdus Salam Int. Cent. Theoret. Phys., Trieste, 2001, 335–393.
- 3) J.-M. Hwang, N. Mok. Deformation rigidity of the rational homogeneous space associated to a long simple root // Ann. Sci. École Norm. Sup. (4), 35:2 (2002), 173–184.