Секция «Прикладная механика и управление»

Серия модельных задач о мягкой посадке

Научный руководитель – Черкасов Олег Юрьевич

Орёл Никита Андреевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра прикладной механики и управления, Москва, Россия

E-mail: nikita.orel@math.msu.ru

В докладе будет рассмотрена серия модельных задач об одномерной мягкой посадке [1] летательного аппарата на поверхность планеты с атмосферой. В работе [2] задачу о мягкой посадке в среде с сопротивлением называют *обратной задачей Годдарда*.

Пусть аппарат находится на завершающей стадии миссии по посадке на планету. Примем следующие предположения:

- аппарат движется вертикально вниз;
- на аппарат действуют сила тяжести, сила тяги и сила сопротивления;
- планета плоская в окрестности желаемой точки посадки;
- поле силы тяжести однородно, т.е. $g = \mathrm{const}$;
- относительная скорость c отделяющейся массы постоянна;

Будем рассматривать две ситуации: 1) масса топлива, расходуемого в процессе посадки, не влияет на динамику центра масс, тогда $m = m_0 + \mu \approx m_0$, где μ – масса топлива, m_0 – масса оболочки; 2) масса топлива, расходуемого в процессе посадки, влияет на динамику центра масс, т.е. $m = m(t)$. В первом случае уравнения движения имеют вид

$$\begin{cases} \dot{y} = -v, \\ \dot{v} = g - \dfrac{1}{m_0}\left(Q(v) + cu\right), \\ \dot{\mu} = -u, \end{cases} \tag{1}$$

где y – вертикальная координата аппарата (высота над поверхностью планеты), v – величина вертикальной скорости аппарата, g – ускорение свободного падения вблизи поверхности планеты, c – относительная скорость отделяющейся массы, u – массовый расход топлива, $Q(v) = kv^n, n = 1, 2$ – сопротивление среды, k – коэффициент сопротивления среды.

Заданы начальные условия

$$y\left(0\right) = y_0, \quad v\left(0\right) = v_0, \quad \mu\left(0\right) = \mu_0. \tag{2}$$

В качестве управления u в данной системе примем массовый расход топлива, причем $0 \leqslant u(t) \leqslant \bar{u}$. Для обеспечения мягкой посадки на поверхность планеты должны выполняться следующие граничные условия в момент окончания процесса T

$$y\left(T\right) = v\left(T\right) = 0. \tag{3}$$

Время окончания процесса T свободно и определяется из условия $y(T) = 0$. Цель управления – максимизировать количество топлива в момент окончания процесса:

$$J = -\mu\left(T\right) \to \min_{0 \leqslant u \leqslant \bar{u}}. \tag{4}$$

Во втором случае уравнения движения (1) перепишутся в виде

$$\begin{cases} \dot{y} = -v, \\ \dot{v} = g - \dfrac{1}{m}\left(Q(v) + cu\right), \\ \dot{m} = -u, \end{cases} \tag{5}$$

Начальные условия

$$y\,(0) = y_0, \quad v\,(0) = v_0, \quad m\,(0) = m_0. \tag{6}$$

Краевые условия

$$y\,(T) = v\,(T) = 0. \tag{7}$$

Время окончания процесса T свободно и определяется из условия $y(T) = 0$. Цель управления – максимизировать количество топлива в момент окончания процесса:

$$J = -m\,(T) \to \min_{0 \leqslant u \leqslant \bar{u}}. \tag{8}$$

Для каждой из четырёх рассматриваемых постановок (линейное и квадратичное сопротивление, масса топлива пренебрежимо мала или существенна) анализируется возможность возникновения особого управления. Показано, что особый участок не включается в состав оптимальной траектории, но для каждой постановки это обусловлено различными формальными причинами. Аналитически строится синтез оптимального управления тягой. Качественные результаты проиллюстрированы с помощью численного моделирования. Полученные результаты для серии модельных задач могут быть полезны в курсе по оптимальному управлению.

Список литературы

[1] J. Meditch, «On the problem of optimal thrust programming for a lunar soft landing,» IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 9, pp. 477–484, Oct. 1964.

[2] Bejczy, A. K., “The Reverse Goddard Problem,” AIAA Guidance, Control, and Flight Mechanics Conference, No. AIAA-69-868, August 1969.

[3] Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов, 4-е изд. М.: Наука, 1983.