Секция «Прикладная механика и управление»

О двумерной задаче Годдарда

Научный руководитель – Черкасов Олег Юрьевич

Малых Егор Владимирович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра прикладной механики и управления,
Москва, Россия

E-mail: wyvling@gmail.com

Аннотация Рассматривается движение материальной точки в вертикальной плоскости в однородном поле тяжести и в однородной, сопротивляющейся среде. Моделью сопротивления среды является монотонная функция, зависящая только от скорости. В качестве управляющих переменных рассматриваются угол траектории и тяга. Целью управления является максимизация горизонтальной дальности за заданное время. Количество топлива задано. Предполагается, что суммарные затраты топлива намного меньше массы точки. Для определенной области в пространстве переменных построен синтез оптимального управления тягой и углом наклона траектории. Структура оптимальной тяги качественно совпадает с классическим решением задачи Годдарда: максимальная-промежуточная-нулевая или нулевая-промежуточная-нулевая

Ключевые слова: особое управление, управление тягой, задача Годдарда, вязкое трение.

Текст тезисов

В работе [1] была рассмотрена двумерная задача Годдарда, в которой искался оптимальный закон изменения тяги при условии, что закон изменения угла наклона траектории задан. В данной работе закон изменения угла наклона траектории подлежит поиску. Рассматриваются следующие безразмерные уравнения движения [2]:

$$\dot{x} = v\cos\theta, \dot{y} = v\sin\theta, \dot{v} = -f(v) + u - \sin\theta, \dot{\mu} = -u,$$

где x, y горизонтальная и вертикальная координаты точки соответственно, v - модуль скорости, μ – запас топлива, $f(v)$ – монотонная, выпуклая вниз функция, зависящая от скорости, θ - угол наклона траектории, u - скорость изменения массы точки, θ и u рассматриваются в качестве управлений. Граничные условия для системы имеют вид

$$x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0, \quad \mu(0) = \mu_0, \quad \mu(T) = \mu_T \ .$$

T - заданный момент окончания процесса. Целевая функция имеет вид

$$J = -x(T) \to \min_{\theta, u}.$$

Предполагая, что промежуточная (сингулярная) тяга удовлетворяет ограничениям, показано, что оптимальная программа тяги состоит из двух дуг, максимальной тяги в начале и нулевой тяги в конце, или трех дуг: максимальная тяга в начале, затем промежуточная тяга и нулевая тяга в конце. Также возможна следующая комбинация дуг: нулевая тяга в начале, затем промежуточная тяга и снова нулевая тяга в конце. Логика управления тягой аналогична известному решению задачи Годдарда. Представлены результаты численного моделирования, иллюстрирующие теоретические выводы.

Источники и литература

1. *Nahshon Indig, Joseph Ben Asher.* Singular Control for Two-Dimensional Goddard Problems Under Various Trajectory Bending Laws, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2018, 42(2):1-15. DOI: 10.2514/1.G003670.
2. *Cherkasov, O.Y., Malykh, E.V., Smirnova N.V.*. Brachistochrone problem and two-dimensional Goddard problem//Nonlinear Dyn 2023 V.111, P.243–254. https://doi.org/10.1007/s11071-022-07857-x.