

**О росте энтропии остатков от деления на m сверток одинаково
распределенных биномиальных случайных величин**

Научный руководитель – Кондратенко Александр Евгеньевич

Чернышова Дарья Андреевна

E-mail: d.chernyshova.01@mail.ru

Благодаря центральной предельной теореме хорошо известно, что сумма независимых одинаково распределенных случайных величин при соответствующей нормировке сходится по распределению к стандартной нормальной случайной величине (однако свертка нормальной случайной величины с произвольной, вообще говоря, не является нормальной). Возникает естественный вопрос о сходимости дробной части свертки одинаково распределенных случайных величин к равномерному распределению, то есть о росте энтропии дробной части свертки и ее максимизации. Пока получен ответ в следующих случаях.

Утверждение 1.

Пусть $\xi_1, \dots, \xi_n, \dots$ суть независимые случайные величины, распределенные по закону Бернулли с параметром $\frac{1-p}{2}$, $\eta_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$.

Тогда остатки от деления свертки этих случайных величин на m стремятся при $n \rightarrow \infty$ к равномерному распределению на $\{0, 1, \dots, m-1\}$.

То есть для $r \in \{0, 1, \dots, m-1\}$:

$$P(\{\eta_n\}_m = r) \rightarrow \frac{1}{m}, \quad n \rightarrow \infty$$

Утверждение 2.

Пусть $\xi_1, \dots, \xi_n, \dots$ суть независимые случайные величины, распределенные по биномиальному закону с параметрами $t, \frac{1+p}{2}$, $\eta_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$.

Тогда остатки от деления свертки этих случайных величин на m стремятся при $n \rightarrow \infty$ к равномерному распределению на $\{0, 1, \dots, m-1\}$.

То есть для $r \in \{0, 1, \dots, m-1\}$:

$$P(\{\eta_n\}_m = r) \rightarrow \frac{1}{m}, \quad n \rightarrow \infty$$

Таким образом, в частном случае показано, что дробные части сверток сходятся по распределению к равномерным случайным величинам, их энтропии возрастают и максимизируются с ростом числа слагаемых.

Источники и литература

- 1) Кондратенко А.Е., Соболев В.Н. Об информационном свойстве свертки с равномерным распределением // Фундаментальные и прикладные проблемы математики и информатики. Материалы XIV Международной конференции (г. Махачкала, 16–19 сентября 2021 г.). — Махачкала, издательство ДГУ. — 2021. — С. 135–138.
- 2) Кондратенко А.Е., Соболев В.Н. О максимизации энтропии при свертке с равномерным распределением // Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1: Естественные науки – 2022. – № 1. – С. 7–11.

- 3) Кондратенко А.Е., Соболев В.Н. О сохранении информационного свойства свертки в неканоническом случае // Актуальные проблемы математики и информационных технологий. Материалы III Всероссийской конференции (г. Махачкала, 7-9 февраля 2022 г.). – Махачкала, издательство ДГУ. – 2022 – С. 105–108.
- 4) Кондратенко А.Е., Соболев В.Н. Обобщение и унификация понятий остатка от деления и дробной части, максимизация энтропии дробной части свертки с равномерным распределением // Вестник Тверского государственного университета. Серия: Прикладная математика. – 2022. – № 1. – С. 45–52.