Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Эффекты случайной поглощающей среды в симметричных ветвящихся случайных блужданиях по одномерной решетке

Научный руководитель – Яровая Елена Борисовна

Ивлев Олег Евгеньевич
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: olivlegerr@gmail.com

Случайные процессы в случайных средах являются важной областью исследований и имеют многочисленные приложения в естественных науках, например, в статистической физике и биологии [1,2]. Такие модели могут быть описаны в терминах ветвящихся случайных блужданий (ВСБ) по многомерным решеткам в случайной среде, которые, по-видимому, впервые введены в [2]. В дальнейшем данная тематика получила развитие в работах [3,4].

Цель работы - изучение симметричного ВСБ по одномерной решетке в неоднородной случайной среде с непрерывным временем. Мы будем придерживаться обозначений, введенных в работе [5]. Доказана теорема, обобщающая результат из [5] на случай 4 источников поглощения, расположенных симметрично относительно источника размножения частиц.

Теорема 1. *Пусть Λ — интенсивность размножения частиц в нуле, движение частиц по решетке задается дискретным оператором Лапласа $\varkappa\Delta$. Пусть случайные величины $\mu(x,\omega), x \in \{\pm 1, \pm 2\}$ принимают значения в $[0,c], c \geq 0$ и формируют "случайную убивающую среду". Через F_μ обозначим функцию распределения для $\mu(x,\omega)$.*

Тогда для вероятности возникновения среды с экспоненциальным ростом среднего числа частиц на всей решетке для данной модели $P(\Lambda, \varkappa, F_\mu)$ при нарушении условия $\Lambda \geq \sqrt{(\varkappa+c)^2-\varkappa^2} - c$ верна оценка сверху:

$$P(\Lambda, \varkappa, F_\mu) \leq P\left(\Lambda > \frac{(\sigma\xi_2+(1+\sigma\xi_1)(1+\sigma\xi_2))(\sigma\xi_{-2}+\sigma\xi_{-1}(1+\sigma\xi_{-2}))+(\sigma\xi_{-2}+(1+\sigma\xi_{-1})(1+\sigma\xi_{-2}))(\sigma\xi_2+\sigma\xi_1(1+\sigma\xi_2))}{(\sigma\xi_2+(1+\sigma\xi_1)(1+\sigma\xi_2))(\sigma\xi_{-2}+(1+\sigma\xi_{-1})(1+\sigma\xi_{-2}))}\right),$$

где ξ_i — независимые копии $\mu(x,\omega)$, $\sigma = \frac{2}{\varkappa}$

Для доказательства основного результата применена лемма о необходимых и достаточных условиях существования положительного собственного значения эволюционного оператора среднего числа частиц в случайной среде, которая является обобщением результата из [5].

Источники и литература

1) König, W. Branching random walks in random environment. In Probabilistic structures in evolution; EMS Ser. Congr. Rep., EMS 529 Press, Berlin, 2021; pp. 23–41.
2) Я. Б. Зельдович, С. А. Молчанов, А. А. Рузмайкин, Д. Д. Соколов, “Перемежаемость в случайной среде”, УФН, 152:1 (1987), 3–32; Phys. Usp., 30:5 (1987), 353–369
3) Gärtner J., Molchanov S. A. Parabolic problems for the Anderson model: I. Intermittency and related topics //Communications in mathematical physics. – 1990. – T. 132. – C. 613-655.

4) König W. The Parabolic Anderson Model: Random Walk in Random Potential. – Birkhäuser, 2016.

5) Kutsenko, V.; Molchanov, S.; Yarovaya, E. Branching Random Walks in a Random Killing Environment with a Single Reproduction Source. Mathematics 2024, 12, 550. https://doi.org/10.3390/math12040550