Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

О поведении на больших временах возмущенных конфигураций одной стохастической модели динамики мнений

Научный руководитель – Манита Анатолий Дмитриевич

Игнатовская Валерия Анатольевна
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: vaignatovskaya@gmail.com

В работе речь идет о системе $x(t) = (x_j(t),\ j \in \mathbb{Z})$, описывающей некоторое сообщество, состоящее из *счетного* числа взаимодействующих участников. Число $x_j(t) \in \mathbb{R}$ мы будем интерпретировать как мнение j-ого участника в момент времени t. Система обновляется в дискретном времени $t = 0, 1, 2, \ldots$ по правилу:

$$x_j(t+1) = \sum_{l=-k}^{k} w_l \cdot x_{j+l}(t), \text{ причем } \sum_{l=-k}^{k} w_l = 1, \quad w_l \geq 0.$$

Вид уравнений показывает, что мнение j-ого участника на шаге $t \to t+1$ образуется как линейная комбинация мнений $x_{j+l}(t)$, следовательно, неотрицательный вес w_l можно истолковать как степень влияния $(j+l)$-го участника на j-ого. Наша модель является обобщением известной модели ДеГрута [2], в которой рассматривается *конечная* модель динамики мнений. Существует множество работ и обзоров, посвященных модификациям классической модели [1, 3], но большинство из них рассматривает взаимодействие на конечном графе.

Мы ставим своей целью изучение предельного поведения $x(t)$ при $t \to \infty$. Оно существенным образом зависит от начальной конфигурации $x(0)$. В первых работах [5] мы получили результаты для возмущенных начальных конфигураций вида $\widetilde{x}_j(0) = x_j(0) + u_j$, где $\{u_j\} \in l_1(\mathbb{Z}), l_2(\mathbb{Z})$. Доказано, что с течением времени $\widetilde{x}_j(t) - x_j(t) \to 0$. Мы покажем, что утверждение сохраняется и для $\{u_j\} \in l_p(\mathbb{Z}),\ p > 0$. Кроме того, мы рассмотрим возмущение $\{u_j\}$ с условием $|u_j| \to 0$ при $|j| \to \infty$ и покажем, что $\widetilde{x}_j(t) - x_j(t) \to 0$. Помимо этого, в [4] мы показали, что для независимых одинаково распределенных $\{u_j\}$ справедливо $\widetilde{x}_j(t) - x_j(t) \xrightarrow{L^2} \mathsf{E}u_1$. Оказывается, имеет место и сходимость почти наверное. Наконец, мы рассмотрим конфигурации $x(0)$ с условием $x_{j+1}(0) - x_j(0) = \beta_j$, где $\{\beta_j\}$ – независимые одинаково распределенные случайные величины, и опишем поведение $x_0(t)$ и $x_{j+1}(t) - x_j(t)$.

Автор выражает благодарность научному руководителю, Маните Анатолию Дмитриевичу, за постановку задачи и внимание к работе.

Источники и литература

1) S. Chatterjee and E. Seneta. Towards consensus: Some convergence theorems on repeated averaging. Journal of Applied Probability 14, pages 89–97, 1977.
2) M. DeGroot. Reaching a consensus. Journal of the American Statistical Association, 69:118–121, 1974.
3) B. Golub and E. Sadler. Learning in social networks. Oxford University Press, 2016.

4) А.Д.Манита, В.А.Игнатовская. Asymptotic behavior of an infinite system of interacting particles, 2021. Материалы конференции «Theory of Probability and Its Applications: P.L. Chebyshev - 200».

5) В.А.Игнатовская. Вероятностный подход к анализу одной моде- ли динамики мнений с бесконечным числом индивидуумов, 2021. Материалы конференции «Ломоносов-2021».