Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Условные границы PH-премии в математической теории страхования

Научный руководитель – Лебедев Алексей Викторович

Козлов Кирилл Олегович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: avatar614@yandex.ru

В математической теории страхования большое внимание уделяется оценке рисков (потерь, убытков). Для этого применяются различные тарифные принципы назначения премий (см. [1], гл. 3). Одним из известных современных принципов является принцип Ванга, которому посвящена диссертация [2]. Премии Ванга обладают рядом полезных и удобных свойств, в финансовой математике им соответствуют когерентные меры риска $WVaR$ (weighted VaR). Одним из популярных частных случаев принципа Ванга является PH-принцип (proportional hazard principle), введенный в [3]. Премию по нему будем называть PH-премией. А именно, пусть имеется риск (случайная величина) X с функцией дожития (хвостом функции распределения) $S_X(t)$, тогда PH-премия задается формулой:

$$\pi_\rho^{PH}(X) = \int_{-\infty}^{0} (S_X(t)^{1/\rho} - 1)dt \; + \int_0^\infty (S_X(t)^{1/\rho})dt,$$

где $\rho \geq 1$ – так называемый индекс неприятия риска.

Целью данной работы является нахождение верхней и нижней границ PH-премии при известных первых двух моментах и известном значении PH-премии при меньшем индексе неприятия риска.

Теорема 1. *Если X – стандартизированная случайная величина ($EX = 0, DX = 1$) и известно значения $\pi_{\rho_1}^{PH}(X) = h_1$, где $1 < \rho_1 < \rho_2 < 2$. Тогда*

$$\frac{(\alpha_2 - 1)}{(\alpha_1 - 1)(\alpha_1 + \alpha_2 - 1)}\left((2\alpha_2 - 1)h_1 - \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{(2\alpha_2 - 1)}\sqrt{(2\alpha_1 - 1)(2\alpha_2 - 1)\left(\frac{(\alpha_1 - 1)}{(2\alpha_1 - 1)} - h_1^2\right)}\right)$$

$$\leq \pi_{\rho_2}^{PH}(X) \leq$$

$$\frac{(\alpha_2 - 1)}{(\alpha_1 - 1)(\alpha_1 + \alpha_2 - 1)}\left((2\alpha_2 - 1)h_1 + \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{(2\alpha_2 - 1)}\sqrt{(2\alpha_1 - 1)(2\alpha_2 - 1)\left(\frac{(\alpha_1 - 1)}{(2\alpha_1 - 1)} - h_1^2\right)}\right),$$

где $\alpha_i = \dfrac{1}{\rho_i}$.

Источники и литература

1) Е. Булинская, *Теория риска и перестрахование*, Мэйлер, 2009.
2) Н. Ирхина, *Принцип Ванга в математической теории страхования*, Дисс. канд. физ.-матем. наук, МГУ, М., 2010.
3) S. Wang, *Insurance pricing and increased limits ratemaking by proportional hazards transforms*, Insurance: Mathematics and Economics, 1995, vol. 17, N 1, 43-54.