Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

О «марковских - вверх» процессах и их свойствах.

Научный руководитель – Веретенников Александр Юрьевич

Каликаева Диана Олеговна
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: diana.kalikaeva@math.msu.ru

В работе рассматриваются процессы, которые в периоды роста обладают марковским свойством и в периоды убывания ведут себя более сложным образом, далее будем называть такие процессы “марковскими-вверх”. Идея такого процесса впервые была высказана Александром Дмитриевичем Соловьевым в конце прошлого века, но долгое время оставалась нереализованной в виде строгой математической модели. Недавно один из возможных вариантов такой модели был предложен авторами в работе [1]. Перейдем к постановке задачи.
Рассмотрим процесс X_n, $n \geq 0$ на $\mathbb{Z}_+$ и определим случайные величины при $N \geq 0$

$$\zeta_n := \inf(k \geq n : \Delta X_i = X_{i+1} - X_i < 0 \ \forall i = k, \dots, n-1),$$

$$\tau := \inf(t \geq 0 : X_t \leq N),\ \hat{X}_{i,n} := X_i 1(\min(\zeta_n, n) \leq i \leq n).$$

Также положим,

$$\mathcal{F}_n := \sigma(X_i : 0 \leq i \leq n),\ \widetilde{\mathcal{F}_n} := \sigma(\zeta_n; \hat{X}_{i,n} : 0 \leq i \leq n).$$

Назовем процесс X_n марковским-вверх, если $\forall n \geq 0$

$$P(X_{n+1} = j|\mathcal{F}_n) = P(X_{n+1} = j|\widetilde{\mathcal{F}_n}).$$

В работе [1] было показано, что при некоторых предположениях $\exists C_1 < \infty$ такая, что $\mathbb{E}_x\tau \leq x + C_1$, где $x = X_0$, помимо этого доказано существование инвариантной меры.
В данной работе были усилены некоторые предположения, при которых удалось показать ограниченность начальных моментов порядка $n \in \mathbb{N}$, $n < \infty$

$$\mathbb{E}_x\tau^n \leq x^{2n-2} + C_2, \quad C_2 < \infty.$$

Полученный результат позволяет оценить скорость сходимости к инвариантной мере.

Источники и литература

1) Veretennikov, A.Yu. & Veretennikova, M.A.: On Markov–up processes and their recurrence properties, Reliability: Theory & Applications, Vol.17, No 3(69), 2022, 273-291; https://doi.org/10.24412/1932-2321-2022-369-273-291.