

Применение бесконечных элементов в нестационарных задачах линейной теории упругости

Научный руководитель – Вершинин Анатолий Викторович

Комолова Мария Михайловна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра вычислительной механики, Москва,
Россия

E-mail: marykom@mail.ru

В докладе рассматривается применение бесконечных элементов для численного решения нестационарных задач теории упругости в неограниченных областях.

В основе лежит метод конечных элементов. Модель разбита неструктурированной сеткой на треугольные или четырехугольные элементы (в случае двумерной задачи). Построение модели, сетки, задание граничных условий происходит с помощью САЕ Fidesys. Также, в программу, в качестве входных данных, подаются грани, на которых будут располагаться бесконечные элементы.

Каждый бесконечный элемент отображается в квадрат с координатами от -1 до 1 с помощью функции формы:

$$M(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1 + \eta) \left[-\frac{\xi}{1 - \xi} x_C + \left(1 + \frac{\xi}{1 - \xi} \right) x_Q \right] + \frac{1}{2}(1 - \eta) \left[-\frac{\xi}{1 - \xi} x_{C_1} + \frac{\xi}{1 - \xi} x_{Q_1} \right]$$

Для нестационарных задач функции формы выглядят следующим образом:

$$N(\xi, \eta) = M(\xi, \eta) \left(\frac{2}{A} \right)^{1/2} \left(\frac{A}{1 - \xi} \right)^{1/2} \exp \left(\frac{ikA}{2} \right) \exp \left(\frac{ikA}{1 - \xi} \right)$$

Для каждого бесконечного и конечного элементов строятся локальные матрицы жёсткости, масс и вектора граничных нагрузок, ассемблированием которых получается глобальная матрица жёсткости и вектор граничных нагрузок. В итоге получается система ОДУ $M\ddot{U}(t) + C\dot{U}(t) + KU(t) = F(t)$, которая решается с помощью схемы Ньюмарка.

Полученные численные результаты сравниваются с аналитическими решениями, а также с результатами САЕ Fidesys.

Целью работы является продемонстрировать эффективность применения бесконечных элементов в работе с неограниченными областями

Источники и литература

- 1) Левин В.А., Вершинин А.В: Численные методы. Параллельные вычисления на ЭВМ. Т. 2 Физматлит, 2015г.
- 2) Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., P. Nithiarasu The Finite Element Method for Fluid Dynamics (7ed., Elsevier, 2013)
- 3) Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The finite element method: its basis and fundamentals (7ed., Elsevier, 2013)
- 4) Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1,2 – М.: Наука, 1970г
- 5) Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости: Пер. с англ./Под ред. Г. С. Шапиро.— 2-е изд.— М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979