О когомологиях момент-угол многообразия над кубом с двумя срезанными рёбрами

Научный руководитель – Ероховец Николай Юрьевич

Кочарин Роман Константинович

Студент (бакалавр)

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Институт математики и информатики, Кафедра Алгебра и геометрия, Якутск, Россия

E-mail: idmhousecore@gmail.com

Исследования посвящены проблеме когомологической жёсткости момент-угол многообразий [1]. В рамках этой проблемы исследуются момент-угол многообразия трёхмерных многогранников. Получено описание в виде образующих и соотношений кольца когомологий с коэффициентами в $\mathbb{Z}_2$ момент-угол многообразия над кубом с двумя срезанными несмежными ортогональными рёбрами. Этот многогранник P известен тем, что именно для него И.В.Баскаковым был придуман первый пример нетривиального произведения Масси в когомологиях момент-угол многообразия [2].

Теорема: $H^*(\mathcal{Z}_P, \mathbb{Z}_2) = \mathbb{Z}_2[x_1, \dots, x_{10}, y_1, \dots, y_{16}, z_1, \dots, z_5]/I$ где образующие x_i, y_j, z_k имеют степени, соответственно, 3, 4, 5, и соответствуют парам, тройкам и четверкам граней в исследуемом многограннике, которые образуют несвязное множество, а идеал I порожден следующими квадратичными соотношениями:

$$x_1y_{12} = x_2y_2 = x_3y_8 = x_5y_1 = x_6y_{10}, x_1y_{15} = x_2y_3 = x_3y_9 = x_4y_1 = x_7y_{10},$$
$$x_4y_6 = x_5y_5 = x_8y_{16} = x_9y_4 = x_{10}y_{13}, x_6y_5 = x_7y_6 = x_8y_{14} = x_9y_7 = x_{10}y_{11},$$
$$y_5y_{12} = y_6y_{15} = y_{11}y_{16} = y_{13}y_{14} = x_8z_4 = x_9z_5 = x_{10}z_3,$$
$$y_1y_4 = y_2y_9 = y_3y_8 = y_7y_{10} = x_1z_5 = x_2z_1 = x_3z_2, y_1y_{16} = y_{10}y_{14} = x_1z_4,$$
$$y_2y_5 = y_3y_6 = x_9z_1, y_5y_8 = y_6y_9 = x_9z_2, y_1y_{13} = y_{10}y_{11} = x_1z_3,$$
$$x_1y_{11} = x_8y_1, x_1y_{13} = x_8y_{10}, x_1y_{14} = x_{10}y_1, x_1y_{16} = x_{10}y_{10}, x_2y_5 = x_9y_9,$$
$$x_2y_6 = x_9y_8, x_3y_5 = x_9y_3, x_3y_6 = x_9y_2.$$

Кроме того, идеал I содержит все попарные произведения (включая квадраты переменных), которые не входят ни в одно из нижеперечисленных тройных произведений

$$x_1y_5y_{12}, x_1y_6y_{15}, x_1y_{11}y_{16}, x_1y_{13}y_{14}, x_2y_2y_5, x_2y_3y_6, x_3y_5y_8, x_3y_6y_9, x_4y_1y_6$$
$$x_5y_1y_5, x_6y_5y_{10}, x_7y_6y_{10}, x_8y_1y_{16}, x_8y_{10}y_{14}, x_9y_1y_4, x_9y_2y_9, x_9y_3y_8, x_9y_7y_{10}$$
$$x_{10}y_1y_{13}, x_{10}y_{10}y_{11}, x_1x_8z_4, x_1x_9z_5, x_1x_{10}z_3, x_2x_9z_1, x_3x_9z_2.$$

В дальнейшем планируется рассмотреть также кольцо когомологий с коэффициентами в $\mathbb{Z}$, выяснить, имеет ли это кольцо автоморфизмы, не индуцированные комбинаторной эквивалентностью многогранника. Также планируется описать все автоморфизмы этого кольца и найти все жёсткие элементы, которые переходят в себя, а также жёсткие подмножества элементов.

Автор благодарен своему научному руководителю Н.Ю.Ероховцу за постановку задачи, ценные указания и обсуждения.

Источники и литература

1) В. М. Бухштабер, Н. Ю. Ероховец, М. Масуда, Т. Е. Панов, С. Пак. Когомологическая жёсткость многообразий, задаваемых трёхмерными многогранниками, УМН, 72:2(434) (2017), 3–66
2) И. В. Баскаков. Тройные произведения Масси в когомологиях момент-угол комплексов, УМН, 58:5(353) (2003), 199–200