Секция «Геометрия и топология»

О граф-ориентированных системах подобий, порождающих самоподобные дендриты

Научный руководитель – Тетенов Андрей Викторович

Юдин Иван Николаевич

Аспирант

Институт математики им. С.Л.Соболева Сибирского отделения РАН, Новосибирск, Россия

E-mail: uivan566@gmail.com

Пусть $\mathcal{S} = \{S_1, \ldots, S_m\}$ – система сжимающих отображений в $\mathbb{R}^n$. Непустое компактное множество K , удовлетворяющее уравнению $K = \bigcup\limits_{i=1}^{m} S_i(K)$ называется аттрактором системы $\mathcal{S}$.

Пусть $I = \{1, \ \ldots, \ m\}$ – множество индексов системы $\mathcal{S}$, и $I^* = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} I^n$ – множество всех конечных слов $\mathbf{i} = i_1 \ldots i_n$ в алфавите I, так,что $S_{\mathbf{j}} = S_{j_1 j_2 \ldots j_n} = S_{j_1} S_{j_2} \ldots S_{j_n}$, и мы обозначим $S_{\mathbf{j}}(K)$ как $K_{\mathbf{j}}$[1].

Критическим множеством аттрактора K системы $\mathcal{S}$ является множество

$$C := \{x : \ x \in S_i(K) \cap S_j(K), \ S_i, S_j \in \mathcal{S}\}$$

Множество ∂K всех $x \in K$ таких, что для некоторого $\mathbf{j} \in I^*$, $S_{\mathbf{j}}(x) \in C$ называется самоподобной границей множества K. Дендритом называется локально связный континуум, не содержащий простых замкнутых кривых.

Определение 1.

Пусть $\Theta = \{K_i, i \in I = \{1, \ldots, m\}\}$ и $\Lambda = \{L_j, j \in J = \{1, \ldots, n\}\}$ системы континуумов с одноточечным пересечением в хаусдорфовом топологическим пространстве X.

Мы называем Λ измельчением системы Θ если

(i) Для любого $L \in \Lambda$ существует $K \in \Theta$ такое, что $L \subset K$

(ii) Для любого $K \in \Theta$ объединение $|\Lambda_K|$ множеств подсистемы $\Lambda_K = \{L \in \Lambda : L \subset K\}$ связно и содержит ∂K .[1]

Определение 2. Граф-ориентированной системой называется набор компактов $\{K_v\}_{v \in V}$ со структурным графом $\Delta = (V, E, \alpha, \omega)$ и набором отображений ϕ_e таким, что $K_v = \bigcup\limits_{v=\alpha(e)} \phi_e(K_{\omega(e)})$.

Теорема 1. *Пусть нам дана граф-ориентированная система $\{K_v\}_{v \in V}$ со структурным графом $\Delta = (V, E, \alpha, \omega)$ и набором отображений ϕ_e таким, что $K_v = \bigcup\limits_{v=\alpha(e)} \phi_e(K_{\omega(e)})$. Тогда, если*

(i) Графы пересечений $\Gamma(K_v)$ являются деревьями

(ii) Для любых $e_1, e_2 \in E$ таких, что $\alpha(e_1) = \alpha(e_2) = v$

$\# \left[\phi_{e_1}(K_{\omega(e_1)}) \cap \phi_{e_2}(K_{\omega(e_2)})\right] \leq 1,$

Тогда все K_v являются дендритами.

Источники и литература

1) Tetenov, A., Finiteness properties for self-similar continua // arXiv:2003.04202 (2021)