

Автоморфизмы комплексных момент-угол-многообразий

Научный руководитель – Панов Тарас Евгеньевич

Шенгелия Михаил Николаевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,
Россия

E-mail: mikhail.shengelia@mail.ru

Пусть V_Σ – торическое многообразие с действием алгебраического тора T_N , заданное симплицальным рациональным веером Σ в решётке $N \cong \mathbb{Z}^n$, имеющим m лучей с минимальными образующими a_1, \dots, a_m . Комбинаторика Σ задаётся симплицальным комплексом \mathcal{K} на множестве из m элементов. Введём подмножество $U_{\mathbb{C}}(\mathcal{K})$ в аффинном пространстве \mathbb{C}^m :

$$U_{\mathbb{C}}(\mathcal{K}) = \mathbb{C}^m \setminus \bigcup_{\{i_1, \dots, i_k\} \notin \mathcal{K}} \{z \in \mathbb{C}^m : z_{i_1} = \dots = z_{i_k} = 0\}$$

и подгруппу G_Σ в алгебраическом торе $(\mathbb{C}^\times)^m$, задаваемую точной последовательностью $1 \rightarrow G_\Sigma \rightarrow (\mathbb{C}^\times)^m \xrightarrow{A \otimes \mathbb{Z} \mathbb{C}^*} T_N \rightarrow 1$, где $A : \mathbb{Z}^m \rightarrow N$, $e_i \mapsto a_i$.

Исходное торическое многообразие V_Σ оказывается естественно изоморфно пространству орбит действия G_Σ на $U_{\mathbb{C}}(\mathcal{K})$. Это построение, именуемое фактор-конструкцией Батырева-Кокса, позволяет, при дополнительном условии полноты веера, получить описание группы автоморфизмов V_Σ в терминах точной последовательности [1]:

$$1 \rightarrow G_\Sigma \rightarrow \mathfrak{N}(G_\Sigma) \rightarrow \text{Aut}(V_\Sigma) \rightarrow 1,$$

где $\mathfrak{N}(G_\Sigma)$ обозначает нормализатор подгруппы G_Σ в группе алгебраических автоморфизмов многообразия $U_{\mathbb{C}}(\mathcal{K})$.

Конструкция, подобная вышеописанной, имеет место для момент-угол-многообразий. Выбором симплицального веера Σ с подлежащим симплицальным комплексом \mathcal{K} и подгруппы H в $(\mathbb{C}^\times)^m$, удовлетворяющей определённым условиям, момент-угол-многообразию $\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}$ представляется (как топологическое пространство) в виде $U_{\mathbb{C}}(\mathcal{K})/H$ и таким образом наделяется структурой комплексного многообразия. Следует обратить внимание, что выбор подгруппы H не однозначен, вследствие чего $\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}$ может быть снабжено различными комплексными структурами [2].

Настоящий доклад будет посвящён описанию групп биголоморфных автоморфизмов момент-угол-многообразий, заданных рациональными веерами, и, как следствие, расслаивающимися над соответствующим торическим многообразием V_Σ со слоем компактный комплексный тор G_Σ/H . Рассматривая это расслоение, мы сформулируем результат:

Предложение 1. *В описанной выше ситуации имеет место точная последовательность:*

$$1 \rightarrow H \rightarrow \mathfrak{C}(H) = \mathfrak{C}(G_\Sigma) \rightarrow \text{Aut}^0(\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}) \rightarrow 1,$$

где символом \mathfrak{C} обозначен централизатор соответствующей подгруппы в группе алгебраических автоморфизмов $U_{\mathbb{C}}(\mathcal{K})$.

Также будут предложены примеры и предположения, касающиеся описания не только компоненты единицы, но и всей группы автоморфизмов \mathcal{Z}_K .

Автор хотел бы выразить благодарность своему научному руководителю профессору Тарасу Евгеньевичу Панову за поддержку и ценные обсуждения.

Источники и литература

- 1) D. Cox. *The homogeneous coordinate ring of a toric variety*. J. Algebraic Geom 4 (1995), 15-50.
- 2) Taras Panov, Yuri Ustinovsky, Misha Verbitsky. *Complex geometry of moment-angle manifolds*. Math. Zeitschrift 284 (2016), no.1, 309-333.