Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Проблемы полноты в классе линейных дефинитных автоматов

Научный руководитель – Часовских Анатолий Александрович

Молдованов Илья Владимирович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра математической теории интеллектуальных систем, Москва, Россия

E-mail: jamfr-d@mail.ru

Задача проверки полноты конечных подмножеств играет важную роль при исследовании функциональных систем. В классе конечных автоматов с операциями композиции $P_{\text{о.д.}}$ данная задача алгоритмически неразрешима [2], а по операциям суперпозиции конечные автоматы не содержат конечных полных систем. Интерес представляет рассмотрение подклассов конечных автоматов, для которых задача проверки полноты может быть алгоритмически разрешима.

Подкласс дефинитных автоматов содержит конечные полные системы по операциям суперпозиции, однако задача проверки полноты конечных подмножеств является алгоритмически неразрешимой [1].

Ранее изучался класс линейных автоматов с операциями композиции, которые представляют интерес для вычислительной техники и кодирования [3]. В работе был представлен алгоритм определения K-полноты конечных подмножеств. В свою очередь, для линейных автоматов с операциями суперпозиции было показано отсутствие конечных Σ-полных систем [4].

В данной работе приведенная задача исследуется применительно к классу дефинитных линейно-автоматных функций с операциями суперпозиции.

Рассмотрим конечное поле из двух элементов E_2. Обозначим R_2 – множество формальных степенных рядов, построенных по последовательностям элементов из E_2, то есть

$$R_2 = \{\sum_{t=0}^{\infty} x(t)\xi^t \mid x(0), x(1), \cdots \in E_2\}.$$

Функция $f(x_1, x_2, \cdots, x_n) : R_2^n \to R_2$ – линейный дефинитный автомат $\iff \exists$ $u_0(\xi), u_1(\xi), \cdots, u_n(\xi),\ u_i(\xi) \in E_2[\xi]$ такие, что $\forall \alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n, \alpha_i \in R_2$, имеет место следующее равенство:

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n) = \sum_{i=1}^{n} u_i(\xi)\alpha_i + u_0(\xi).$$

Основной результат сформулирован в виде следующих теорем.

Теорема 1. *Задача проверки $\Sigma-$полноты конечных множеств алгоритмически разрешима в классе одноместных дефинитных линейных автоматов, сохраняющих нулевую последовательность.*

Теорема 2. *Задача проверки $\Sigma-$полноты конечных множеств, содержащих константу 0, алгоритмически разрешима в классе дефинитных линейных автоматов с операциями суперпозиции.*

Источники и литература

1) Жук Д. В. О неразрешимости проблемы полноты для дефинитных автоматов // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. 2008. Т. 12. С. 211-228.
2) Кратко М. И. Алгоритмическая неразрешимость проблемы распознавания полноты для конечных автоматов // ДАН СССР. 1964. Т. 155.
3) Часовских А. А. Об алгоритмической разрешимости проблемы полноты для линейных автоматов // Вестник Московского университета. 1986. Т. 1, № 3. С. 82-84.
4) Часовских А. А. Линейно-автоматные функции с операциями суперпозиции // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2013. Т. 8 С. 3-13.