

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

**О старшем показателе Ляпунова одного семейства линейных систем дифференциальных уравнений, непрерывно зависящих от вещественного параметра**

**Научный руководитель – Ветохин Александр Николаевич**

***Ахтырский Василий Витальевич***

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальных уравнений, Москва,  
Россия

*E-mail: vasilii.akhtyrskii@math.msu.ru*

Старшим показателем Ляпунова системы

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}_+, \quad A : \mathbb{R}_+ \longrightarrow \text{End } \mathbb{R}^n, \quad A \in C(\mathbb{R}_+) \cap B(\mathbb{R}_+) \quad (1)$$

называется величина

$$\Lambda(A) := \overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \ln(\|X_A(t, 0)\|),$$

где  $X_A(t, 0)$  — оператор Коши системы (1).

По непрерывному ограниченному отображению

$$A : [0, 1] \times \mathbb{R}_+ \longrightarrow \text{End } \mathbb{R}^n \quad (2)$$

построим функцию  $\mu \in [0, 1]$

$$\mu \longmapsto \Lambda(A(\mu, \cdot)). \quad (3)$$

В работе [1] построено отображение (2) такое, что множество точек полунепрерывности снизу функции (3) пусто. Используя этот результат, получаем.

**Теорема 1.** *Существует отображение (2) такое, что функцию (3) нельзя представить в виде*

$$\underline{\lim}_{n \rightarrow +\infty} f_n(\cdot),$$

где  $f_n(\cdot)$  — непрерывная функция на отрезке  $[0, 1]$ .

В работе [2] установлено, что для любой функции вида

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow +\infty} f_n(\cdot)$$

найдется отображение (2) такое, что

$$\forall \mu \in [0, 1] \implies \Lambda(A(\mu, \cdot)) = \overline{\lim}_{n \rightarrow +\infty} f_n(\mu).$$

**Теорема 2.** *Для любого натурального числа  $n$  найдется отображение (2) такое, что выполняется равенство:*

$$\Lambda(A(\mu, \cdot)) = \begin{cases} 0, & \mu \in [0, 1] \cap \mathbb{Q}, \\ 1, & \mu \in [0, 1] \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}). \end{cases}$$

## Список литературы

- [1] Ветохин А.Н. О множестве точек полунепрерывности снизу показателей Ляпунова линейных систем, непрерывно зависящих от вещественного параметра // Дифференц. уравнения. 2014. Т. 50, №12. с. 1669-1671.
- [2] Карпук М.В. Показатели Ляпунова семейств морфизмов обобщенных расслоений Миллионщикова как функции на базе расслоения // НАН Беларуси, Труды Института Математики. 2016. Т. 24, №2. с. 1-18.