Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Вложения групп многомерных аделей на алгебраических многообразиях

Научный руководитель – Осипов Денис Васильевич

Бадулин Дмитрий Алексеевич
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей алгебры, Москва, Россия
E-mail: dmitrii.badulin@math.msu.ru

Понятие кольца аделей числового поля было введено К. Шевалле и получило широкое применение в вопросах алгебраической теории чисел. Более точно, группа аделей числового поля K есть ограниченное произведение пополнений K_v по всем классам нормирований поля K (архимедовым и неархимедовым). Для алгебраических кривых можно ввести аналогичное понятие кольца аделей, где нормирование на поле рациональных функций —— это порядок нуля или полюса в соответствующей замкнутой точке. С его помощью можно утановить двойственность Серра на гладкой проективной кривой и теорему Римана-Роха.

Обобщение кольца аделей на случай гладкой алгебраической поверхности было дано А.Н. Паршиным. Он построил некоторый адельный комплекс, связанный с симплициальной структурой флагов неприводимых подмногообразий на поверхности. Старший член этого комплекса есть ограниченное произведение двумерных локальных полей вида $k((u))((t))$. Полученный комплекс вычисляет когомологии структурного пучка. А.А. Бейлинсон обобщил понятие двумерных аделей на случай нётеровых схем и квазикогерентных пучков на них. Более точно, для нётеровой схемы X и квазикогерентного пучка $\mathcal{F}$ на X строится комплекс

$$0 \longrightarrow \mathbb{A}^0(X,\mathcal{F}) \xrightarrow{d^0} \mathbb{A}^1(X,\mathcal{F}) \xrightarrow{d^1} \mathbb{A}^2(X,\mathcal{F}) \xrightarrow{d^2} \dots,$$

связанный с сиплициальным множеством флагов целых замкнутых подсхем в X. Каждый член этого комплекса есть ограниченное произведение модулей, являющихся итерированными локализациями и пополнениями ростков пучка вдоль соответствующего флага. А. Хубер доказала, что указанный комплекс аделей вычисляет группы когомологий пучка $\mathcal{F}$.

На конечномерной нётеровой схеме X имеется разложение для каждого $n \geq 0$

$$\mathbb{A}^n(X,\mathcal{F}) = \bigoplus_{\substack{I\subset\{0,1,\dots,\dim X\} \\ |I|=n+1}} \mathbb{A}_I(X,\mathcal{F}),$$

где $\mathbb{A}_I(X,\mathcal{F})$ есть ограниченное произведение итерированных локализаций и пополнений ростков пучка вдоль флагов коразмерности I.

Одним из вопросов теории многомерных аделей является вопрос о вложении групп $\mathbb{A}_I(X,\mathcal{F}) \subset \mathbb{A}_J(X,\mathcal{F})$, если $I \subset J$. Для случая гладкой алгебраической поверхности А.Н. Паршин дал положительный ответ на этот вопрос, используя явное описание локальных адельных факторов на поверхности. Автором был получен следующий результат:

Теорема. *Пусть X — конечномерная превосходная целая нётерова схема и пусть $\mathcal{F}$ — плоский квазикогерентный пучок на X. Тогда для любой пары $I \subset J$ имеется вложение $\mathbb{A}_I(X,\mathcal{F}) \subset \mathbb{A}_J(X,\mathcal{F})$.*

Этот результат также может быть обобщен на некоторые типы утолщений схем указанного вида.

Доклад будет посвящен обсуждению полученных результатов о вложении аделей и связанных с этим задач.