

Гомотетия в школьном курсе математики

Горланова Мария Владимировна

Студент (бакалавр)

Костромской государственный университет, Кострома, Россия

E-mail: gormasha18@gmail.com

Гомотетия в школьном курсе математики Горланова М.В. студентка Костромской государственной университет, Институт физико-математических и естественных наук, Кострома, Россия E-mail: gormasha18@gmail.com В школьной математике есть некоторые проблемы, и одна из них заключается в том, что для того, чтобы пройти кое-какие темы «по-хорошему» не хватает времени. Такая проблема коснулась целиком преобразований плоскости в геометрии. Проблема, конечно, не только в отсутствии времени на их изучение, но еще и в непонимании их пользы, как учителями, так и учениками. Конкретно сегодня речь пойдет о гомотетии, потому что с ней всё еще хуже – это самая последняя тема в 9 классе, которую иногда вообще не проходят, по той причине, что скоро экзамены и не до гомотетии в общем-то. На самом деле очень зря! Да, это преобразование сложно назвать универсальным, однако полностью игнорировать его существование также неправильно. Потому что ряд задач с помощью гомотетии можно решить очень просто! Да и при правильном объяснении этой темы у учеников вообще не может возникнуть трудностей с её применением. Что же такое гомотетия? Гомотетия с центром в точке O и коэффициентом k – это преобразование плоскости, в котором каждой точке P ставится в соответствие такая точка P_1 , что $OP_1 = k \cdot OP$. Также обсудим некоторые её полезные свойства: 1) при гомотетии сохраняется градусная мера углов; 2) прямая, луч, отрезок переходят в параллельную им прямую, луч, отрезок (или в случае, если проходят через центр гомотетии, то в совпадающие); 3) любые две окружности гомотетичны. Свойство первое как раз универсально, обычно при решении его принимаем как данность, не задумываясь, что может быть по-другому. Также довольно понятно, что благодаря второму свойству можно попробовать решать задачи на параллельность при помощи гомотетии. Как это сделать? Должна в голове плотно сидеть идея: если две прямые (или отрезка) параллельны, то они гомотетичны. То есть точно для них существует центр гомотетии и коэффициент. Значит можно найти этот коэффициент и понять у каких объектов еще такое отношение, дальше это можно выкрутить в подобие, например, треугольников, и в зависимости от задачи завершить решение. Можно поступить наоборот: заметить, что у каких-то объектов одинаковое отношение, значит они гомотетичны, а из этого будет следовать параллельность тех же прямых, опять же дальше дорешать. Третье свойство на самом деле можно обобщить для любых фигур, но чаще всего встречаются окружности, так что будем говорить про них. Что дает гомотетичность двух окружностей? Во-первых, если мы знаем коэффициент гомотетии, то также автоматически знаем отношение линейных величин окружностей (самые практичные, очевидно, радиусы). Во-вторых, можно скомбинировать с другими объектами. Например, любые две окружности гомотетичны, значит можно проследить, куда переходят точки, лежащие на одной окружности, и где они оказываются на второй (конечно же нужно понимать, где центр гомотетии, а он является пересечением линии центров и общих касательных), тогда можно получить что хорды этих окружностей параллельны. Кто-то может подметить, что гомотетия – это частный случай подобия с коэффициентом равным $|k|$, а потому возможно лучше использовать именно его. Однако, если мы говорим про школьников, то для них подобие может быть у треугольников. Гомотетия же дает новый взгляд на подобие для ребят в том плане, что гомотетия это не про конкретные объекты, а про всю плоскость

в целом. Да и полезных свойств у неё гораздо больше (у подобных треугольников стороны вообще не всегда параллельны). Таким образом, в руках любознательного геометра гомотетия может стать мощным оружием, поэтому скептически к этой теме лучше не относиться, а наоборот попытаться разобраться и активно использовать!