

Секция «Математическое моделирование и информационные технологии»

Математическое моделирование динамики и устойчивости бетонной плиты

Анкилов Михаил Андреевич

Аспирант

Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия

E-mail: mankilov.2000@mail.ru

При проектировании строительных конструкций важной проблемой является обеспечение надежности их эксплуатации и увеличение сроков службы. Существенное значение при расчете конструкций имеет исследование динамики и устойчивости деформируемых элементов, подвергающимся различным силовым нагрузкам. В данном докладе на основе простейшей математической модели свободных колебаний упругой пластины, разрабатывается численно-аналитический метод исследования динамики и устойчивости бетонной плиты. Исследуется случай шарнирного закрепления концов упругой плиты.

Принятые в работе определения устойчивости упругого тела соответствуют концепции устойчивости динамических систем по Ляпунову. Проблема может быть сформулирована так: при каких значениях параметров, характеризующих систему «жидкость-тело» (основными параметрами являются скорость потока, прочностные и инерционные характеристики тела, сжимающие или растягивающие усилия, силы трения), малым деформациям тела в начальный момент времени $t = 0$ (т.е. малым начальным отклонениям от положения равновесия) будут соответствовать малые деформации и в любой момент времени $t > 0$.

Модель описывается дифференциальным уравнением в частных производных [1]:

$$M\ddot{w}(x, t) + Dw'''(x, t) + \beta w(x, t) = 0,$$

решение которого отыскивается методом Бубнова-Галеркина [2]. Здесь $w(x, t)$ это функция, описывающая прогиб бетонной плиты; M , D , β это масса, изгибная жесткость и коэффициент внутреннего демпфирования плиты. Штрих и точка обозначают частные производные по координате x и времени t соответственно.

Согласно методу Бубнова-Галеркина приближенное решение дифференциального уравнения отыскивается в виде отрезка ряда при разложении по полной системе базисных функций. Цель исследования – на основе построенного функционала типа Ляпунова

$$\Phi(t) = \int_0^l \left(M\dot{w}^2(x, t) + Dw''^2(x, t) + \beta w^2(x, t) \right) dx$$

разработать новый метод определения остаточного члена ряда при получении приближенного решения.

С помощью математической системы Mathematica произведены расчеты приближенного решения и остаточного члена метода Бубнова-Галеркина. Также произведены численные эксперименты сравнения с точным решением, доказывающие на этой простой задаче о свободных колебаниях упругой пластины-полосы достоверность предложенного численно-аналитического метода определения погрешности приближенного решения.

Источники и литература

- 1) Бабаков И.М. Теория колебаний. – Москва: Наука, глав. ред. физ.-мат. лит., 1968. – 500 с.
- 2) Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. – М.: Мир, 1988. – 352 с.