Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

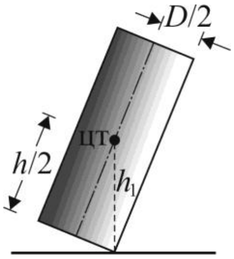
Олимпиада «Ломоносов 2018/2019» по физике

Заключительный этап для 7-х − 8-х классов

---

1. Сплошной однородный цилиндр высотой $h = 8$ см и диаметром основания $D = 6$ см стоит на горизонтальной плоскости. Медленно наклоняя цилиндр, его опрокидывают. Во сколько раз n энергия, выделившаяся при падении цилиндра на стол, превысит минимальную работу, совершенную при его опрокидывании? Ответ округлите до десятых.

1. Решение. Поскольку в начальном, промежуточном и конечном состояниях цилиндра его



кинетическая энергия равна нулю, совершенная при опрокидывании цилиндра работа и выделившаяся при его падении энергия равны соответствующим изменениям его потенциальной энергии. Потенциальная энергия цилиндра относительно стола определяется высотой над столом его центра тяжести, который совпадает с геометрическим центром цилиндра. Начальная потенциальная энергия цилиндра $E_{\Pi 0} = \frac{mgh}{2}$, где m – масса цилиндра, g – модуль ускорения свободного падения. Цилиндр начнет опрокидываться при таком угле наклона, при котором вертикаль, проведенная из центра тяжести, выйдет за пределы опоры (см. рисунок). Потенциальная энергия в момент опрокидывания $E_{\Pi 1} = mgh_1 = \frac{mg\sqrt{h^2+D^2}}{2}$. Конечная потенциальная энергия цилиндра $E_{\Pi 2} = \frac{mgD}{2}$. Выделившаяся при падении цилиндра энергия $E = E_{\Pi 1} - E_{\Pi 2} = \frac{mg}{2}\left(\sqrt{h^2+D^2} - D\right)$. Работа, затраченная на приведение цилиндра в наклонное положение, $A = E_{\Pi 1} - E_{\Pi 0} = \frac{mg}{2}\left(\sqrt{h^2+D^2} - h\right)$. Из записанных выражений находим, что $n = \frac{E}{A} = \frac{\sqrt{h^2+D^2} - D}{\sqrt{h^2+D^2} - h}$. **Ответ:** $n = \frac{\sqrt{h^2+D^2} - D}{\sqrt{h^2+D^2} - h} \approx 2$.

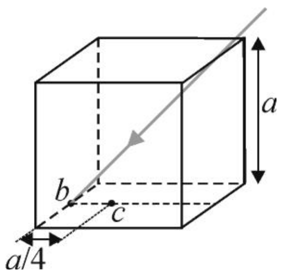
2. В чайник со свистком налили воду массой $m_1 = 1$ кг и поставили на электрическую плитку. Через время $\tau_1 = 6$ мин вода закипела и раздался свисток. Какова масса m_2 воды, оставшейся в чайнике после кипения воды, продолжавшегося в течение еще $\tau_2 = 2$ мин? Начальная температура воды $t = 20$ °C, температура кипения воды $t_к = 100$ °C. Удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3$ МДж/кг, а ее удельная теплоёмкость $c = 4{,}2$ кДж/(кг·°C). Теплоемкостью чайника и потерями теплоты за счет рассеяния в окружающую среду можно пренебречь.

Решение. Количество теплоты, необходимое для того чтобы нагреть воду до температуры кипения, $Q_1 = cm_1(t_к - t)$, где $t_к$ температура кипения. Количество теплоты, требующееся для превращения воды массой Δm в пар, $Q_2 = r\Delta m$. Количество теплоты, полученное от плитки мощностью N за время τ, равно $N\tau$. Согласно уравнению теплового баланса имеем $N\tau_1 = cm_1(t_к - t)$, $N\tau_2 = r\Delta m$. Отсюда $\Delta m = \frac{cm_1(t_к - t)\tau_2}{r\tau_1}$ и $m_2 = m_1 - \Delta m = m_1\left(1 - \frac{c\tau_2(t_к - t)}{r\tau_1}\right)$.

Ответ: $m_2 = m_1 - \Delta m = m_1\left(1 - \frac{c\tau_2(t_к - t)}{r\tau_1}\right) \approx 0{,}95$ кг.

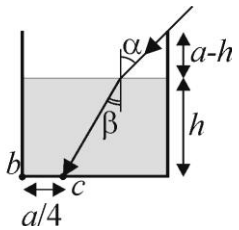
3. Гальванометр с неизвестным внутренним сопротивлением включили в цепь источника постоянного тока один раз последовательно с резистором сопротивлением $R = 10$ Ом, а второй раз параллельно с ним. При этом в первый раз стрелка гальванометра отклонилась на $X_1 = 2$ деления шкалы, а во второй раз на $X_2 = 4$ деления. Определите по этим данным внутреннее сопротивление гальванометра r, если напряжение на клеммах источника в обоих случаях одно и то же.

Решение. Отклонения стрелки гальванометра X в обоих случаях пропорциональны силе тока I, протекающего по прибору. Применяя закон Ома для соответствующих однородных участков цепи, нетрудно найти, что $I_1 = \dfrac{U}{R+r}$, а $I_2 = \dfrac{U}{r}$, где U – напряжение на клеммах источника. Отношение этих показаний прибора равно $\dfrac{X_2}{X_1} = \dfrac{R+r}{r}$. Отсюда уже легко выразить искомую величину $r = \dfrac{X_1}{X_2 - X_1} R$. **Ответ:** $r = \dfrac{X_1}{X_2 - X_1} R = 10$ Ом.



4. Непрозрачный сосуд имеет форму куба с длиной ребра $a = 50$ см. Внутрь сосуда параллельно одной из его боковых граней направляют луч света, как показано на рисунке. Луч попадает в точку b, находящуюся на ребре куба. До какого уровня h необходимо заполнить сосуд водой, чтобы луч света попал в точку c, расположенную на дне сосуда на расстоянии $a/4$ от точки b. Показатель преломления воды $n = 1{,}33$. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до целых.

Решение. Поскольку сосуд имеет форму куба, угол падения луча на поверхность воды $\alpha = 45°$. Для того чтобы луч попал в точку c, должно выполняться равенство $h \cdot \operatorname{tg}\beta + a - h = a - a/4$.



Отсюда $h = \dfrac{a}{4(1-\operatorname{tg}\beta)}$. По закону преломления света: $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$. Тогда $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{\sin\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta}} = \dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$. Следовательно, $h = \dfrac{a\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{4(\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} - \sin\alpha)}$.

Учитывая, что $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, получаем окончательно, что $h = \dfrac{a\sqrt{n^2 - 0{,}5}}{4\sqrt{n^2-0{,}5} - 2\sqrt{2}}$.

Ответ: $h = \dfrac{a\sqrt{n^2 - 0{,}5}}{4\sqrt{n^2-0{,}5} - 2\sqrt{2}} \approx 34$ см.

Критерии оценки

Каждая задача оценивается максимально в 25 баллов

1. Задача вовсе не решалась – **0 баллов**.

2. Задача не решена, но сделан поясняющий рисунок (если требуется), частично сформулированы необходимые физические законы – **2 – 10 баллов**.

3. Задача не решена, но правильно сформулированы физические законы и правильно записаны основные уравнения, необходимые для решения задачи – **11 – 20 баллов**.

4. Задача решена, но допущены незначительные погрешности – **21-24 балла**.

5. Задача решена полностью и получен правильный ответ – **25 баллов**.