

**Решения заданий отборочного этапа
Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2019/2020
8-9 классы**

Задача 1 (20 баллов).

Безответственный водитель Михаил должен перевезти из пункта А в пункт Б на грузовике со стальным кузовом шесть тяжелых плит: две стальные, две железные и две чугунные. Все плиты – одинаковые прямоугольные параллелепипеды, у которых высота значительно меньше длины и ширины. У безответственного Михаила нет никаких креплений для перевозки плит, поэтому он просто кладет плиты в кузов одну на другую (см. рисунок), надеясь, что по пути они не начнут скользить друг относительно друга и относительно кузова.

Плиты

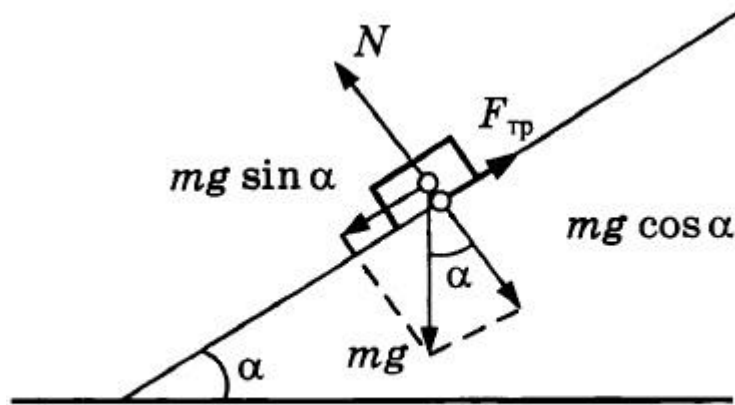


В каком порядке Михаил должен уложить плиты, чтобы минимальный угол наклона дороги, при котором какие-либо плиты начнут скользить, был наибольшим? Чему равна величина этого угла? Ответ поясните. Коэффициенты трения скольжения между материалами плит и кузова приведены в таблице:

	Сталь	Железо	Чугун
Сталь	0,18	0,19	0,16
Железо	0,19	0,15	0,18
Чугун	0,16	0,18	0,16

Решение:

Соскальзывать могут начать одна или несколько верхних плит. Пусть m – суммарная масса соскальзывающих плит, α – угол наклона кузова:



Сила трения между соскальзывающими плитами и лежащей под ними плитой или дном кузова равна $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$. Поэтому общая сила, действующая на соскальзывающие плиты вдоль направления соскальзывания, равна

$$F = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha.$$

Таким образом, угол, при котором плиты начинают соскальзывать, удовлетворяет уравнению $0 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$.

Отсюда $\alpha = \text{arctg} \mu$, поэтому для каждого расположения плит минимальный угол, при котором хотя бы одна плита начнет соскальзывать, определяется наименьшим из коэффициентов трения между соседними плитами или нижней плитой и дном кузова.

Михаил не может уложить плиты так, чтобы наименьший коэффициент трения между соседними плитами или нижней плитой и дном кузова был 0,19, так как в этом случае чугунная плита не может соприкоснуться ни с одной из плит или дном кузова.

Если Михаил уложит на дно две стальные плиты, затем железную, затем чугунную, затем железную и сверху чугунную плиту, то наименьший коэффициент трения между соседними плитами или нижней плитой и дном кузова будет равен 0,18. Угол, при котором начнут соскальзывать плиты, составит $\alpha = \text{arctg} 0,18 \approx 10^\circ$. Нетрудно понять, что это единственный вариант расположения плит, при котором не соприкасаются сталь и чугун, чугун и чугун, железо и железо.

Ответ: 10°.

Задача 2 (20 баллов).

Садовод-любитель Алексей Петрович решил устроить фонтанчик в центре клумбы с цветами. Он поместил погружной вибрационный электронасос с диаметром выходного патрубка $d = 12$ мм (см. рисунок) в бак с водой, поставленный в центр клумбы, и обнаружил, что при потребляемой насосом мощности $P = 100$ Вт высота струи, бьющей из

патрубка вертикально вверх, равна $H = 30$ см. Чему равен КПД насоса, работающего в таком режиме?



Решение:

Поскольку высота струи равна H , скорость воды v на выходе из насоса по закону сохранения механической энергии равна $\sqrt{2gH}$. Следовательно, масса воды, выбрасываемая насосом в единицу времени, есть $\mu = \rho \frac{\pi d^2}{4} v$, где ρ – плотность воды. Кинетическая энергия единицы массы воды на выходе из насоса равна $\frac{v^2}{2}$, поэтому полезная мощность, развиваемая насосом, равна $W = \frac{\mu v^2}{2} = \rho \frac{\pi d^2 v^3}{8} = \rho \frac{\pi d^2 \sqrt{(2gH)^3}}{8}$, а его КПД равен $\frac{W}{P} = \rho \frac{\pi d^2 \sqrt{(2gH)^3}}{8P} \approx 0,008$, т.е. 0,8%.

Ответ: 0,8%.

Задача 3 (20 баллов).

Начинающему заточнику металлорежущего инструмента Аркадию, работающему на электроточиле (рисунок 1), потребовалось закрепить шлифовальный круг с внешним диаметром D и диаметром посадочного отверстия d (рисунок 2) на валу электроточила диаметром $d_0 < d$ (рисунок 3). Сначала он просто зажал гайкой шлифовальный круг (рисунок 4), висевший на валу под действием силы тяжести так, что поверхность его посадочного отверстия касалась вала (рисунок 5). При этом Аркадий заметил, что вращение круга происходило с радиальным биением его рабочей поверхности. Поэтому он решил обточить шлифовальный круг алмазным правилом так, чтобы его рабочая поверхность приняла форму цилиндра, соосного с валом (рисунок 6), сточив при этом минимально необходимое количество материала круга. Однако после этого центр масс круга остался смещенным относительно оси вала, и быстрое вращение круга приводило к заметным радиальным нагрузкам на вал в месте его касания с кругом. Чтобы устранить и

радиальные нагрузки на вал, и биевание рабочей поверхности круга, Аркадий решил изготовить переходную втулку с внутренним диаметром d_0 и внешним диаметром d и установить круг на вал через эту втулку, повторно обточив его алмазным правилом. Какой минимальный объем материала круга нужно сточить для этого?



Рисунок 1

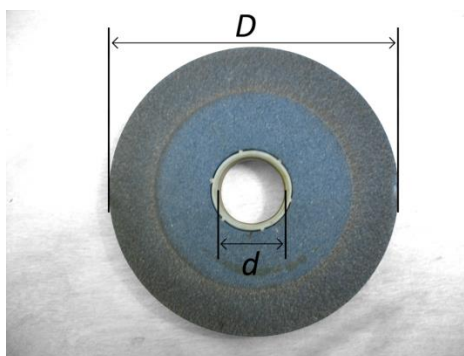


Рисунок 2

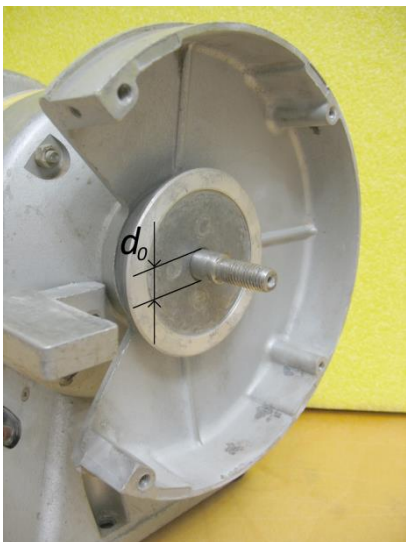


Рисунок 3

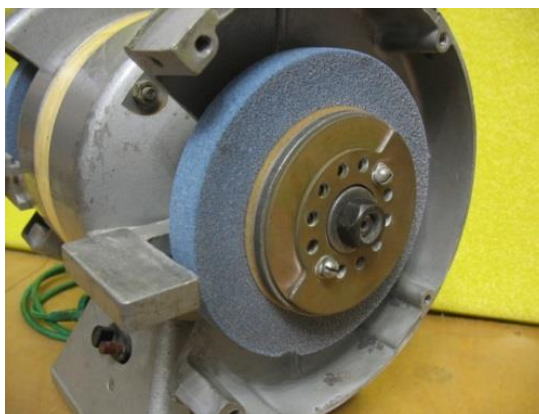


Рисунок 4

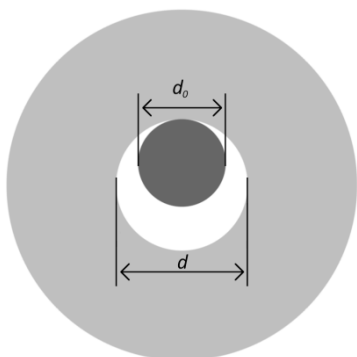


Рисунок 5

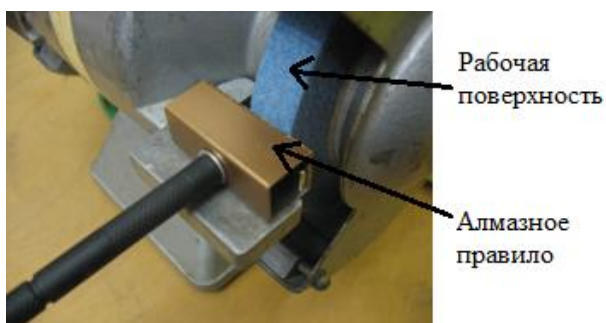


Рисунок 6

Решение:

Пусть $R = \frac{D}{2}$ – внешний радиус шлифовального круга, $r = \frac{d}{2}$ – радиус его посадочного отверстия, $r_0 = \frac{d_0}{2}$ – радиус вала. После первого обтачивания внешняя поверхность шлифовального круга будет иметь форму цилиндра радиусом $R_1 = R - \Delta r$, где $\Delta r = r - r_0$ есть расстояние, на которое шлифовальный круг сдвинут относительно оси цилиндра из строго соосного с валом положения (см. рисунок 5; радиус этого цилиндра равен наименьшему расстоянию от оси вала до внешней поверхности шлифовального круга). Точно так же после второго обтачивания внешняя поверхность круга будет иметь форму цилиндра радиусом $R_2 = R_1 - \Delta r = R - 2\Delta r$. Поэтому объем материала, снятого при втором обтачивании, на единицу толщины круга равен $\omega = \pi(R_1^2 - R_2^2) = \pi(2R\Delta r - 3\Delta r^2) \approx 2\pi R\Delta r$.

Задача 4 (20 баллов).

Углеродная нанотрубка (сокращенно – УНТ) — это аллотропная модификация углерода, представляющая собой полую цилиндрическую структуру диаметром от десятых долей нанометра до нескольких десятков нанометров, состоящую из одной или нескольких свернутых в трубку графеновых плоскостей. Одним из наиболее перспективных методов синтеза УНТ является каталитический пиролиз углеводородов. Структура получаемых УНТ в большой степени зависит от катализатора, при этом использование многокомпонентных сплавов или смесей металлов в качестве катализатора позволяет значительно увеличить выход продукта.

Для синтеза УНТ использовали Fe-Mo катализатор с молярным соотношением Fe/Mo = 5/1. В качестве носителя катализатора использовался MgO. Общая масса катализатора и носителя составила 1 г (3% (по массе) смеси Fe/Mo, 97% (по массе) носителя). В качестве источника Fe и Mo использовались нонагидрат нитрата железа III и гексагидрат гептамолибдата аммония. Рассчитайте массы навесок солей, которые необходимо взять для подготовки катализатора.

После выполнения синтеза катализатор необходимо удалить. Для этого полученную в результате синтеза смесь помещают в круглодонную колбу и подсоединяют ее к обратному холодильнику. Через стеклянную воронку приливают небольшими порциями концентрированную соляную кислоту. Колбу с холодильником помещают в ультразвуковую ванну и обрабатывают при 70 °С в течение трех часов.

Напишите уравнения протекающих процессов. Зачем колбу с холодильником помещают в ультразвуковую ванну?

Решение:

Пусть $\nu(\text{Mo}) = x$ моль, тогда $\nu(\text{Fe}) = 5x$ моль.

Найдем $m(\text{Fe/Mo}) = \frac{\omega(\text{Fe/Mo}) \cdot m(\text{смеси})}{100\%} = 0,03$ г, тогда $m(\text{Fe/Mo}) = \nu(\text{Fe}) \cdot \mu(\text{Fe}) + \nu(\text{Mo}) \cdot$

$\mu(\text{Mo}) = 376x$, тогда $x \approx 0,08$ ммоль

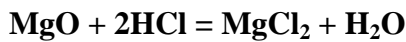
(1) Нонагидрат нитрата железа III – $\text{Fe}(\text{NO}_3)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$, $\mu = 404 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$

(2) Гексагидрат гептамолибдата аммония – $(\text{NH}_4)_6\text{Mo}_7\text{O}_{24} \cdot 6\text{H}_2\text{O}$, $\mu = 1272 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$

Из формулы (1), $\nu(\text{Fe}(\text{NO}_3)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}) : \nu(\text{Fe}) = 1:1$, значит, $\nu(\text{Fe}(\text{NO}_3)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}) = 0,4 \text{ ммоль}$, тогда $m(\text{Fe}(\text{NO}_3)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}) \approx 0,162 \text{ г}$

Из формулы (2), $\nu((\text{NH}_4)_6\text{Mo}_7\text{O}_{24} \cdot 6\text{H}_2\text{O}) : \nu(\text{Mo}) = 1:7$, значит $\nu((\text{NH}_4)_6\text{Mo}_7\text{O}_{24} \cdot 6\text{H}_2\text{O}) = \frac{0,08 \text{ ммоль}}{7} \approx 0,011 \text{ ммоль}$, тогда $m((\text{NH}_4)_6\text{Mo}_7\text{O}_{24} \cdot 6\text{H}_2\text{O}) \approx 0,014 \text{ г}$

По окончании реакции в колбу добавляют концентрированную соляную кислоту для растворения MgO . Уравнение реакции:



Ультразвуковую ванну используют для лучшей очистки нанотрубок от катализатора и предотвращения образования агломератов.

Ответ: 0,162 г и 0,014 г.

Задача 5 (20 баллов).

На рисунке 1 представлена карта инсоляции России. Различные цвета показывают общее количество энергии, поступающей от Солнца на поверхность Земли в различных точках в течение суток (в среднем за год).

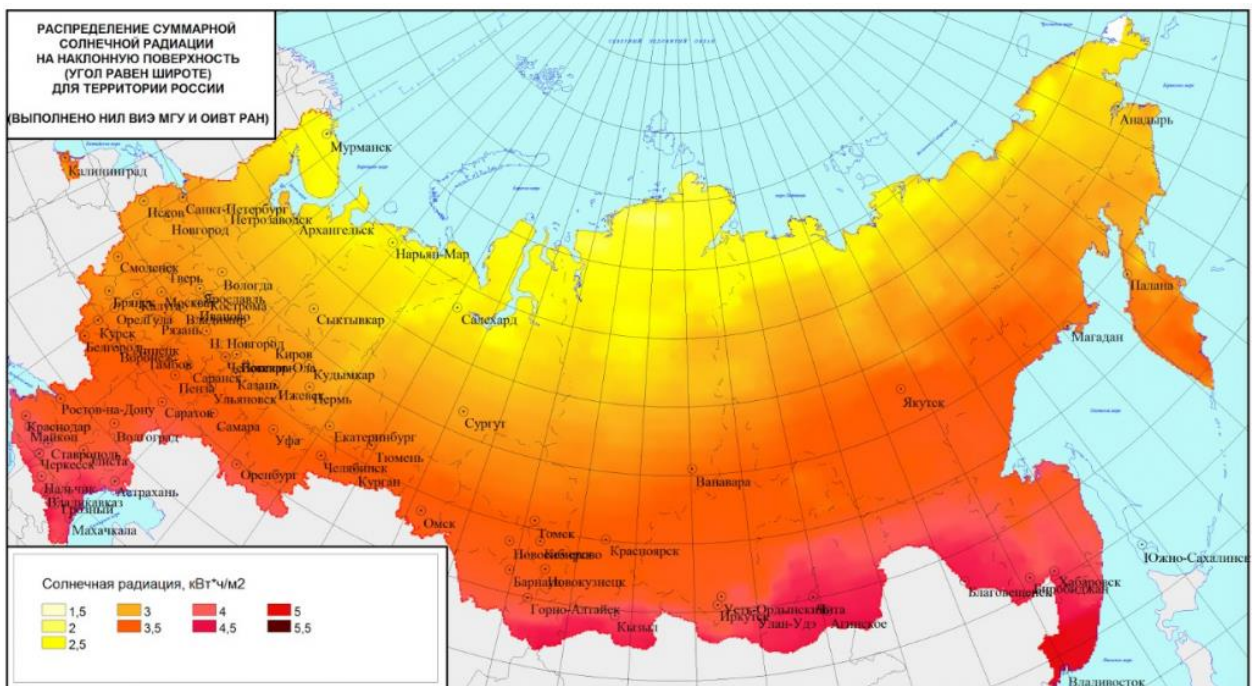


Рисунок 1

Солнечная панель позволяет преобразовывать световую энергию, поступающую от Солнца, в электрическую. Ветрогенератор преобразует кинетическую энергию ветра в электрическую. Представьте, что в вашем распоряжении имеются солнечные панели общей площадью 1000 м^2 с КПД 20%, а также ветрогенераторы с вертикальной осью (выработка ими электроэнергии не зависит от направления ветра), КПД которых равен 5% (отношение вырабатываемой мощности к мощности потока воздуха, охватываемого

вращающимися лопастями). Общая площадь, охватываемая вращающимися лопастями всех ветрогенераторов, равна 10000 м^2 .

Рассматривается вариант установки вышеуказанных солнечных панелей и ветрогенераторов в одном из 4 городов: Калининград, Красноярск, Сургут, Якутск. Оцените, в каком из этих городов можно получить наибольшее количество электроэнергии за год.

Ниже на рисунке 2 представлены «розы ветров» для Калининграда, Красноярска, Сургута и Якутска. Для оценки предполагается, что ветер может дуть лишь вдоль 4 направлений (север, юг, запад, восток), а числами на графиках представлено общее количество часов в году, в течение которых ветер дует вдоль каждого из направлений. В течение года скорость ветра, при его наличии, считайте постоянной (она указана возле «розы ветров»). Плотность воздуха примите равной $1,27 \text{ кг/м}^3$.

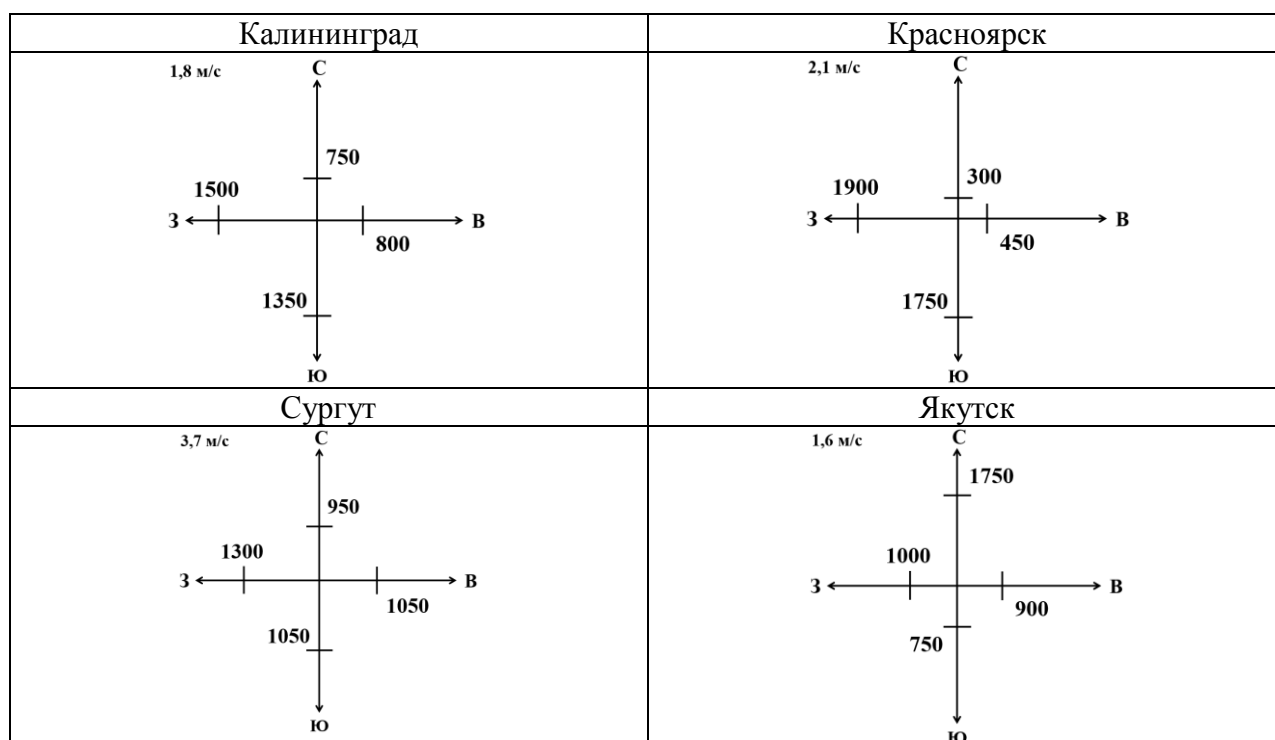


Рисунок 2

Решение:

Оценим при помощи карты, какое количество солнечной энергии в день (N) получают города, указанные в условии задачи:

- Калининград $3,5 \text{ кВт}\cdot\text{ч/м}^2$
- Красноярск $3,5 \text{ кВт}\cdot\text{ч/м}^2$
- Сургут $3 \text{ кВт}\cdot\text{ч/м}^2$
- Якутск $3,5 \text{ кВт}\cdot\text{ч/м}^2$

Используя эти данные, можно определить количество энергии, которое можно получить при помощи солнечных панелей за год:

$E_{\text{ен}} = N \cdot S \cdot \eta_c \cdot t$, где:

$t = 365$ – число дней в году;

$\eta_{\text{сп}} = 20\%$ – КПД солнечных панелей;

$S = 1000 \text{ м}^2$ – общая площадь рабочей поверхности солнечных панелей;

N – количество солнечной энергии в день, получаемой с 1 м^2 солнечной батареи в каждом из городов (Калининград, Красноярск, Сургут, Якутск).

Таким образом, суммарная энергия, полученная от солнечных панелей за год для четырех городов из условия задачи, равна:

Калининград	255,5 МВт·ч
Красноярск	255,5 МВт·ч
Сургут	219,0 МВт·ч
Якутск	255,5 МВт·ч

Теперь определим количество энергии, которое можно получить с помощью ветрогенераторов. Из условия задачи следует, что скорость ветра можно считать постоянной, а его направление не влияет на выработку электроэнергии.

Энергию, получаемую от ветрогенераторов за время t можно оценить как $E_{\text{вг}} = \eta_{\text{вг}} \cdot P \cdot t$, где $\eta_{\text{вг}}$ – КПД ветрогенераторов, P – мощность потока воздуха, охватываемого вращающимися лопастями всех ветрогенераторов. По определению мощность P воздушного потока, проходящего через сечение S равна кинетической энергии воздуха, проходящего через сечение площадью S в единицу времени, т.е.

$P = \mu \cdot v^2/2$, где $\mu = \rho \cdot S \cdot v$ – массовый расход воздуха в единицу времени.

Таким образом, получаем $P = \rho \cdot S \cdot v^3/2$, где:

$\rho = 1,27 \text{ кг/м}^3$ – плотность воздуха;

$S = 10000 \text{ м}^2$ – общая площадь, охватываемая вращающимися лопастями всех ветрогенераторов;

v – скорость ветра для каждого из городов.

Время t можно найти из рисунков в условии задачи. Для каждого города просуммируем по всем четырём направлениям количество часов, в течение которых дул ветер. В итоге получаем:

Калининград	4400 часов
Красноярск	4400 часов
Сургут	4350 часов
Якутск	4400 часов

Таким образом, суммарная энергия, полученная от ветрогенераторов за год для каждого города, равна:

Калининград $E_{\text{вг}} \approx 8,1 \text{ МВт} \cdot \text{ч}$

Красноярск	$E_{\text{вт}} \approx 12,9 \text{ МВт}\cdot\text{ч}$
Сургут	$E_{\text{вт}} \approx 69,9 \text{ МВт}\cdot\text{ч}$
Якутск	$E_{\text{вт}} \approx 5,7 \text{ МВт}\cdot\text{ч}$

Для нахождения общего количества вырабатываемой энергии сложим энергию, полученную от солнечных панелей, и энергию, полученную от ветрогенераторов, для каждого из городов.

В итоге получаем:

Калининград	$\approx 264 \text{ МВт}\cdot\text{ч}$
Красноярск	$\approx 268 \text{ МВт}\cdot\text{ч}$
Сургут	$\approx 289 \text{ МВт}\cdot\text{ч}$
Якутск	$\approx 261 \text{ МВт}\cdot\text{ч}$

Как видно, наибольшее количество энергии за год с помощью ветрогенераторов и солнечных панелей можно получить в Сургуте.

Ответ: Сургут.