

Заочный тур для 7-9 классов

- 1) Как нагревают воду космонавты на Международной космической станции?
 - А) С помощью обычного чайника.
 - Б) В герметичном котле с помощью газовой горелки.
 - В) **В специальной печи при помощи электромагнитных волн.**
 - Г) Вливая тонкой струйкой концентрированную серную кислоту в сосуд с водой и используя тепло, выделяемое при этой реакции.
 - Д) Космонавты берут с собой в полет запас горячей воды с Земли в термосах.

- 2) Почему скафандры космонавтов для работы в открытом космосе имеют пепельно-белый цвет?
 - А) **Такие скафандры лучше отводят падающее солнечное излучение (меньше нагреваются).**
 - Б) Такие скафандры лучше защищают космонавтов от гамма-лучей.
 - В) Чтобы создать атмосферу праздника на Международной космической станции.
 - Г) Это неверно, такие скафандры бывают и других цветов (оранжевый, красный).
 - Д) Чтобы цвета скафандров не создавали ассоциаций с цветами флагов государств.

- 3) Выполняются ли закон Паскаля и закон Архимеда на борту Международной космической станции?
 - А) Науке это пока неизвестно! У космонавтов нет времени на проверку всех законов!
 - Б) Оба закона справедливы.
 - В) **Закон Паскаля справедлив, а закон Архимеда нет.**
 - Г) Закон Архимеда справедлив, а закон Паскаля нет.
 - Д) Оба закона не выполняются.

- 4) Как современные космонавты возвращаются на Землю с борта Международной космической станции?
 - А) С помощью многоразового транспортного космического корабля (космического челнока).
 - Б) Делают затяжной прыжок на парашютах.
 - В) Используют ракету-носитель вертикальной посадки.
 - Г) Используют космический лифт.
 - Д) **На борту одноразового спускаемого аппарата.**

- 5) Что такое «гравитационный маневр»?
 - А) Это маневр, который приходится проделывать космонавтам на Международной космической станции, чтобы попасть из одного модуля в другой.
 - Б) Это термин, используемый в фантастических фильмах.
 - В) Это маневр космического корабля для возвращения на Землю.
 - Г) **Это изменение скорости движения космического аппарата за счет гравитационного поля планеты.**
 - Д) Это перелет космического аппарата между планетами Солнечной системы.

- 6) Какая планета Солнечной системы имеет самый массивный спутник по сравнению со своей собственной массой (т.е. отношение массы спутника к массе планеты максимально)?
 - А) **Земля.**
 - Б) Марс.
 - В) Юпитер.
 - Г) Сатурн.

- Д) Нептун.
- 7) 60 лет тому назад (в 1959 году) произошло знаменательное событие для всего человечества. Что это за событие?
- А) Был открыт принцип реактивного движения, что позволило перемещаться в космическом пространстве и запустить человека в космос.
 - Б) Был запущен первый биологический объект в космос. До этого считалось, что ничто живое в космосе и невесомости жить не может.
 - В) Была получена первая фотография обратной стороны Луны. До этого люди видели Луну только с одной стороны.**
 - Г) На Землю упал большой метеорит, что привело к изменению скорости вращения Земли, после чего на Земле началось потепление.
 - Д) Была построена первая многоступенчатая ракета, что позволило достичь второй космической скорости.
- 8) Космонавт на Земле имеет массу тела 75 кг. А какая масса тела у него на борту Международной космической станции, на высоте 400 км над поверхностью Земли?
- А) 0 кг.
 - Б) 150 кг.
 - В) 75 кг.**
 - Г) 84,67 кг.
 - Д) 66,44 кг.
- 9) Космонавты перед запуском часто вешают в кабине космического аппарата небольшую игрушку. Зачем?
- А) Это неправда. Ничего вешать нельзя!
 - Б) Это талисман – его обязательно выбирает себе каждый экипаж.
 - В) Это простейший индикатор наступления невесомости.**
 - Г) Космонавты очень суеверны. Так было у Гагарина, и все повторяют.
 - Д) Это простейший «датчик Земли». С помощью него космонавты определяют направление к Земле.
- 10) Какой космический аппарат улетел дальше всего от Земли?
- А) Первый искусственный спутник Земли, запущенный в 1957 г.
 - Б) Аппарат «Вояджер-1», запущенный в 1977 г.**
 - В) Первый искусственный спутник Солнца, запущенный в 1959 г.
 - Г) Первая космическая станция «Салют», запущенная в 1971 г.
 - Д) Аппарат «Пионер-10», запущенный в 1973 году.

ЗАДАЧА 1

Текст задачи.

Писать повесть («Мальш») мы начали гораздо позже, в июне 1970, причем вначале основательно перелопатили сюжет Борис Стругацкий. «Комментарии к пройденному»

03 июля 1970 года было новолуние, а Земля находилась в афелии своей орбиты. На каком расстоянии от Солнца находилась в этот момент Луна? Ответ округлите до сотен тысяч километров.
Конец текста задачи.

Решение. В момент новолуния Луна находится в точности на отрезке, соединяющем Землю и Солнце (пренебрегаем наклоном плоскости орбиты Луны к плоскости эклиптики, если учесть этот наклон, коррекция ответа составит около 4 км). Земля находилась в афелии своей орбиты, т.е. на расстоянии 152 098 тыс. км от Солнца. Таким образом, расстояние от Луны до Солнца было равно $152\,098 - d_{з-л}$ тыс. км, где $d_{з-л}$ – расстояние от Земли до Луны на этот момент. Это расстояние колеблется от 356 до 408 тыс. км, т.е. искомое расстояние лежит между 151 690 до 151 742 тыс. км. В любом случае, при округлении получаем 151 700 тыс. км. На самом деле, Луна находилась в апогее своей орбиты 07 июля 1970 года, т.е. 03 июля 1970 года $d_{з-л} \approx 390$ тыс. км.

Ответ: 151 700 000 км

ЗАДАЧА 2

Текст задачи.

*Я подготовил для тебя информацию, начал уже ее кодировать, но тут все так запуталось, что я просто вынужден просить тебя потерпеть еще некоторое время.
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

С борта летательного аппарата в Центр управления полетами поступает телеметрическая информация. Датчик напряжения передает информацию 50 раз в секунду. Информация об исправности этого датчика ('1' - исправен, '0' – неисправен) поступает реже (примерно 1 раз в секунду). Предположим, что получен ряд следующего вида:

информационный бит (0 или 1), несколько пропущенных тактов времени (каждый пропущенный такт обозначается символом `*`), информационный бит и т.д.

Для сокращения объема файлов, этот ряд кодируется. Схема кодирования такова: число '1' информационного бита кодируется как '11', число '0' кодируется как '10', а последовательность (одного или нескольких) символов `*`, идущих подряд, кодируется `0`. Напишите программу, которая закодированный ряд переводит в ряд, состоящий только из информационных битов.

Пример

Исходные данные

1***1****0***0*****1

Данные после кодирования – входные данные для Вашей программы

11011010010011

Выходные данные

11001

Программа должна ввести с клавиатуры число N в диапазоне от 10 до 100 – количество битов в строке исходных данных, затем ввести с клавиатуры N чисел 0 или 1 – исходный ряд данных. Программа должна вывести на экран строку выходных данных, состоящую из информационных битов. Проверку корректности введенных исходных данных проводить не надо, т.е. если пользователь вместо чисел `0` и `1` станет вводить нечто другое или введет строку из 0 и 1, которая не допускает раскодирование, то программа имеет право не работать.

Пример (вид экрана после работы программы):

Введите число N:

6

Введите данные:

1

0

0

0

1

0

Ответ: 00

Разрешается использовать языки программирования Python, C, C#, C++, Pascal. Разрешается в качестве ответа представить не саму программу, а только алгоритм, оформленный в виде блок-схемы.

Конец текста задачи.

Ответ: текст программы или блок-схема.

ЗАДАЧА 3

Текст задачи.

*«ЭР-два базе, — скороговоркой прочитал он. — Экстренная.
В квадрате сто два обнаружен потерпевший крушение
земной корабль типа „Пеликан“ ...
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Участок S предполагаемой посадки спускаемого аппарата представляет собой квадрат $ABCD$ со стороной $a = \dots$ км. Поисковую группу необходимо расположить в точке X на стороне AB . Обозначим $f(X)$ расстояние, которое ей придется преодолеть от точки X до места посадки при самом неблагоприятном случае (когда аппарат приземлится в наиболее удаленную от X точку участка S). Найдите такую точку (или точки) X , для которой число $f(X)$ окажется наименьшим. В ответ запишите длину отрезка AX .

Конец текста задачи.

Варьируемый параметр a выбирается от 4 до 12 с шагом 1.

Решение. Пусть E — середина отрезка AB . Если точка X расположена на отрезке AE , то наиболее удаленной от X точкой квадрата является точка C . При движении точки X от A к E расстояние XC уменьшается, т.е. функция $f(X)$ убывает. При переходе точки X на отрезок ED наиболее удаленной становится точка B и дальнейшее движение X к D увеличивает $f(X)$.

Ответ: $a/2$.

ЗАДАЧА 4

Текст задачи.

*Ганса я разбудил, и спросонок он только мычал и мямлил
какую-то несусветицу про дождь и низкое давление.
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

На поверхности планеты измерили атмосферное давление с помощью ртутного барометра. Оказалось, что давление равно $h = \dots$ мм ртутного столба. Учитывая, что ускорение свободного падения на поверхности планеты $g = 6,7 \text{ м/с}^2$, а плотность ртути $\rho = 13,6 \text{ г/см}^3$, выразите измеренное давление p в паскалях. Ответ округлите до целых.

Конец текста задачи.

Варьируемый параметр h . Диапазон изменения от 580 до 620 мм с шагом 2 мм.

Решение. Измеренное ртутным барометром атмосферное давление равно давлению, которое оказывает на дно сосуда столбик ртути высотой h мм. Таким образом, $p = \rho gh$.

Ответ: Расчетная формула $p = 91,12 \cdot h$.

ЗАДАЧА 5

Текст задачи.

Некоторое время я стоял, засунув руки глубоко в карманы дохи, и смотрел, как трудятся мои ребяташки. За ночь они поработали на славу Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»

Стась получил задание с помощью команды роботов проложить дорогу между девятью пунктами. В качестве тестового алгоритма Стась присвоил пунктам номера от 1 до 9 и дал команду прокладывать дорогу от пункта a к пункту b тогда и только тогда, когда двузначное число, составленное из цифр a и b , делится на 3. Можно ли при таких условиях добраться по дорогам от пункта 1 до пункта 9 (возможно, проходя через пункты с другими номерами)? Дайте подробное объяснение.

Конец текста задачи.

Решение. Число делится на 3 в точности тогда, когда сумма $a+b$ делится на 3. Значит, если b делится на 3, то пункт связан только с теми пунктами a , которые делятся на 3. Итак, пункты 3, 6, 9 соединены между собой и только.

Ответ: Нет.

ЗАДАЧА 6

Текст задачи.

*Я прищурился и стал смотреть на айсберг.
Он торчал над горизонтом гигантской глыбой сахара,
слепяще-белый иззубренный клык, очень холодный, очень неподвижный, очень цельный...
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Космонавты, оказавшись на полюсе планеты, ощутили $n\%$ потерю в весе (по сравнению с весом на Земле), где $n = \dots$. Сила тяжести тела массой m на планете массой M и радиуса R вычисляется по формуле $F = G \frac{Mm}{R^2}$, где G – гравитационная постоянная. Определите среднюю плотность вещества, из которого состоит планета, если ее радиус в 2 раза меньше радиуса Земли. Планету и Землю считайте шарами. Среднюю плотность Земли считайте равной $\rho_3 = 5,52 \text{ г/см}^3$. Ответ дайте в г/см^3 , округлите до двух знаков после запятой.

Конец текста задачи.

Варьируемый параметр n выбирается от 6 до 12 с шагом 1.

Решение. Запишем две силы тяжести (на планете и на Земле)

$$F_{\text{П}} = G \frac{M_{\text{П}}m}{R_{\text{П}}^2} = F_3 \left(1 - \frac{n}{100}\right) = G \frac{M_3m}{R_3^2} \left(1 - \frac{n}{100}\right)$$

Учтем, что $M = \rho V = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ (и для планеты, и для Земли).

Сократим все, что сокращается, получим

$$\rho_{\text{П}} R_{\text{П}} = \rho_3 R_3 \left(1 - \frac{n}{100}\right)$$

Учтем, что радиус планеты в 2 раза меньше радиуса Земли.

Ответ. $\rho_{\text{планеты}} = 2\rho_3 \left(1 - \frac{n}{100}\right)$.

ЗАДАЧА 7

Текст задачи.

*Покажите ему вычислитель, Стась, расскажите, как он действует, попробуйте считать с ним наперегонки. Думаю, здесь ожидает вас некоторый сюрприз...
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Взяли число $a_1 = \dots$, возвели в квадрат, сложили все цифры у полученного числа и прибавили 1 – получили число a_2 . С этим числом проделали то же самое – получили число a_3 и т.д. Например, если $a_1 = 7$, то $(a_1)^2 = 49$, т.е. $a_2 = 4 + 9 + 1 = 14$. Тогда $(a_2)^2 = 196$, т.е. $a_3 = 1 + 9 + 6 + 1 = 17$ и т.д. Чему равно a_{1970} ?

Конец текста задачи.

Варьируемый параметр a_1 выбирается от 12 до 32 с шагом 10 (всего три варианта).

Решение. Просто посчитаем (выписываем члены последовательности)

12-10-2-5-8-11-5-8-11... (далее по циклу), 22-17-20-5-8-11-5-8-11... (далее по циклу), 32-8-11-5-8-11-5-8-11... (далее по циклу). В любом варианте, начиная с 4 члена ответ будет один и тот же: члены последовательности с номерами вида $n = 3k$ равны 11, с номерами вида $n = 3k + 1$ равны 5, а с номерами $n = 3k + 2$ равны 8.

Ответ: 8 (во всех вариантах).

ЗАДАЧА 8

Текст задачи.

*Скалы эти тянулись вдоль всего побережья, насколько хватал глаз,
а над скалами в безоблачном, но тоже безрадостном ледяном серо-лиловом небе
всходило крошечное негреющее лиловатое солнце.
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Высота полуденного Солнца в день летнего солнцестояния в некотором пункте на Земле составила $h = \dots$ градусов, причем Солнце находилось «на юге». Какова широта места наблюдений? Ответ округлите с точностью до целых градусов.

Конец текста задачи.

Варьируемый параметр h выбирается от 25,6 до 75,6 с шагом 10.

Ответ. Расчетная формула $90 - h + 23,5$.

Заочный тур для 10-11 классов

- 1) Астроном на Земле в течение нескольких дней наблюдает комету на небесной сфере. Какой может оказаться траектория движения этой кометы относительно Солнца?
 - А) Комета будет двигаться строго по прямой.
 - Б) Траектория движения будет довольно сложной кривой, полученной наложением двух движений: кометы и Земли.
 - В) Траектория движения всегда представляет собой часть эллипса.
 - Г) Траектория движения представляет собой либо часть эллипса, либо часть параболы.
 - Д) Траектория движения представляет собой либо часть эллипса, либо часть параболы, либо часть гиперболы.**

- 2) Как нагревают воду космонавты на Международной космической станции?
 - А) С помощью обычного чайника.
 - Б) В герметичном котле с помощью газовой горелки.
 - В) В специальной печи при помощи электромагнитных волн.**
 - Г) Вливая тонкой струйкой концентрированную серную кислоту в сосуд с водой и используя тепло, выделяемое при этой реакции.
 - Д) Космонавты берут с собой в полет запас горячей воды с Земли в термосах.

- 3) Почему скафандры космонавтов для работы в открытом космосе имеют серебристый цвет?
 - А) Такие скафандры лучше отводят падающее солнечное излучение (меньше нагреваются).**
 - Б) Такие скафандры лучше защищают космонавтов от гамма-лучей.
 - В) Чтобы создать атмосферу праздника на Международной космической станции.
 - Г) Это неверно, такие скафандры бывают и других цветов (оранжевый, красный).
 - Д) Чтобы цвета скафандров не создавали ассоциаций с цветами флагов государств.

- 4) Выполняются ли закон Паскаля и закон Архимеда на борту Международной космической станции?
 - А) Науке это пока неизвестно! У космонавтов нет времени на проверку всех законов!
 - Б) Оба закона справедливы.
 - В) Закон Паскаля справедлив, а закон Архимеда нет.**
 - Г) Закон Архимеда справедлив, а закон Паскаля нет.
 - Д) Оба закона не выполняются.

- 5) Все планеты в Солнечной системе движутся по эллипсам. Почему же тогда на звездных картах изображают только путь движения Солнца относительно Земли – эклиптику, и не изображают пути движения других планет?
 - А) Положение эклиптики относительно звезд меняется очень медленно, а путь планет, наоборот, перемещается по всей звездной карте. Поэтому изображать его бесполезно.
 - Б) На некоторых картах эти пути изображают, а на некоторых – нет, чтобы не загромождать карты.
 - В) Потому, что эти пути для всех планет (кроме Плутона) близки к эклиптике.**
 - Г) Потому, что эти пути для всех планет (кроме Плутона) с точки зрения земного наблюдателя совпадают с небесным экватором.
 - Д) Потому, что планеты не меняют своего положения на небесной сфере.

- 6) Как отводится тепло с борта Международной космической станции?

- А) Нагретый воздух периодически сбрасывается в космическое пространство через специальный клапан.
- Б) Охлаждающая система постоянно проводит эндотермические химические реакции.
- В) Никакой специальной системы не нужно – станция охлаждается сама, поскольку за бортом станции очень холодно.
- Г) С помощью тепловой панели, установленной на стене станции и излучающей тепло в космическое пространство.**
- Д) С помощью обычной форточки.
- 7) В каких точках на поверхности Земли можно наблюдать на небесной сфере южный полюс мира?
- А) Во всех точках, находящихся южнее северного полярного круга (и только в них).
- Б) Во всех точках, находящихся южнее северного тропика (и только в них).
- В) Во всех точках, находящихся южнее экватора (и только в них).**
- Г) Во всех точках, находящихся южнее южного тропика (и только в них).
- Д) Во всех точках самого южного материка – в Антарктиде (и только в них).
- 8) Астроном наблюдает восход Солнца на южном полюсе. В какой момент Земля пройдет точку равноденствия?
- А) В тот момент, когда он увидит верхний край Солнца.
- Б) В тот момент, когда он увидит центр Солнца.
- В) В тот момент, когда он увидит все Солнце целиком.
- Г) Немного ранее того момента, когда он увидит центр Солнца (вследствие атмосферной рефракции света).
- Д) Немного позднее того момента, когда он увидит центр Солнца (вследствие атмосферной рефракции света).**
- 9) Можно ли в космическом пространстве вдали от планет увидеть человеческим глазом радугу?
- А) Нет, это невозможно, потому что нет среды, где свет может преломиться или отразиться.**
- Б) Да, это настолько же частое явление, как и на Земле
- В) Можно, если использовать два пересекающихся направленных пучка лучей.
- Г) Можно, если смотреть в направлении от Солнца.
- Д) Можно, но только вблизи двойных, примерно одинаковых по массе и размерам, звезд.
- 10) Может ли спутник, двигаясь по орбите в системе двух тел Земля-Луна, стать неподвижным относительно центра Земли (точнее, относительно барицентра системы Земля-Луна)?
- А) Да, если спутник находится в точке либрации.**
- Б) Нет, это невозможно.
- В) Таких примеров много: все спутники связи на геостационарной орбите неподвижны относительно Земли.
- Г) Да, все навигационные спутники неподвижны относительно Земли.
- Д) Да, но только на короткий период времени 5 – 10 минут.

ЗАДАЧА 1

Текст задачи.

Я понял только, что Комову позарез нужны данные относительно игрек-фактора для двуноormalьного гуманоида с четырехэтажным индексом, состоящим в общей сложности из девяти цифр и четырнадцати греческих букв.
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш».

Переданные из Центрального информатория данные (восемь натуральных, не обязательно различных чисел) были зашифрованы в виде уравнения

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_8 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_8.$$

Восстановите код, если известно, что $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_8$.

В ответ запишите все числа подряд без пробелов и запятых от первого до восьмого. Если ответов несколько, разделите эти ответы между собой пробелами.

Конец текста задачи.

Решение. Несложно понять, что единиц не меньше 5, но не больше 6. Действительно, если единиц 7 или 8, то уравнение очевидно не имеет решений. Если единиц не больше 4, то $x_7 \geq x_6 \geq x_5 \geq 2$, а тогда $x_8 \cdot x_7 \cdot \dots \cdot x_1 \geq x_8 \cdot x_7 \cdot x_6 \cdot x_5 \geq 8 \cdot x_8 > x_1 + x_2 + \dots + x_8$. Если единиц 6, то $x_7 \cdot x_8 = 6 + x_7 + x_8 \Leftrightarrow (x_8 - 1)(x_7 - 1) = 7$, откуда легко получаем $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = 1$, $x_7 = 2$, $x_8 = 8$. Если единиц 5, то получим уравнение $x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 = 5 + x_6 + x_7 + x_8 \Leftrightarrow$

$$1 = \frac{5}{x_6 \cdot x_7 \cdot x_8} + \frac{1}{x_6 \cdot x_7} + \frac{1}{x_6 \cdot x_8} + \frac{1}{x_7 \cdot x_8}.$$

Если все числа $x_6, x_7, x_8 \geq 3$, то из последнего уравнения получаем $1 \leq \frac{5}{27} + \frac{3}{9}$ — противоречие.

Значит $x_6 = 2$, а тогда $2x_7 \cdot x_8 = 7 + x_7 + x_8 \Leftrightarrow (2x_7 - 1)(2x_8 - 1) = 15$, откуда $x_7 = 2$, $x_8 = 3$.

Ответ: 11111223

ЗАДАЧА 2

Текст задачи.

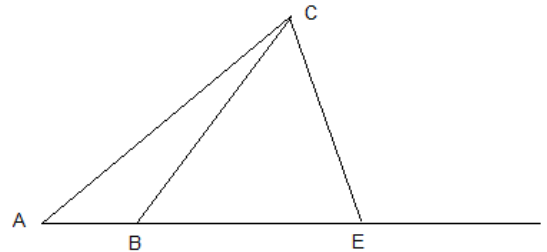
Том опять остановился.

Я раздражено ткнул пальцем в клавишу контрольного вызова.

*Сигнал задержки сейчас же погас и вспыхнул рубиновый огонек:
«У нас все в порядке, выполняем задание. Нет ли новых указаний?»*

Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш».

Строительный робот Том движется по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow C$. Из-за сбоя программы в точке B он не повернул к точке C , а продолжил ехать прямо, проехав от точки B расстояние в два раза большее AB и остановился в точке E . Получив команду на исправление маршрута, Том тут же повернул к точке C . На какой угол повернул Том в точке E , если угол $BAC = 45^\circ$, а угол $BCA = 15^\circ$. В ответ запишите число градусов.



Конец текста задачи.

Решение: Угол ABC равен 120 градусов, угол CBE 60 . На отрезке BC отметим точку O так, что $BO=AB$. Тогда треугольник AOB равнобедренный, углы BAO и BOA по 30 градусов. Тогда угол OAC равен 15 градусов, т.е. треугольник AOC тоже равнобедренный, т.е. $AO=OC$. Отметим точку D на середине отрезка BE . Тогда треугольник OBD равнобедренный с углом 60 при вершине, т.е. равносторонний, т.е. $OD=BD=DE$. Тогда треугольники ODE и OBA равны, т.е. угол DEO равен 30 градусов, а $OE=OA$. Тогда треугольник AOE равнобедренный, угол AOE равен 120 градусов. Угол $AOC=180-15-15=150$ градусов. Тогда угол $EOC=90$. Кроме того, $OE=OC$, т.е. треугольник EOC равнобедренный, а значит, угол OEC равен 45 . Искомый угол $AEC=AEO+OEC=30+45=75$.

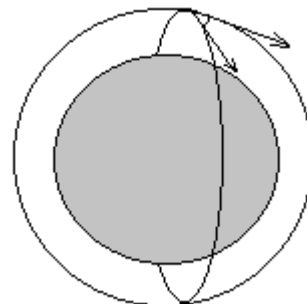
Ответ: 75.

ЗАДАЧА 3

Текст задачи.

*Мы принялись обшаривать околопланетное пространство.
И вот два часа назад пришло сообщение, что он, наконец, обнаружен.
Спутник-автомат, что-то вроде вооруженного часового.
Судя по некоторым деталям конструкции, его установили здесь Странники.
Аркадий и Борис Стругацкие. «Мальши».*

Искусственный спутник массой m кг движется вокруг планеты по круговой орбите радиусом $R = 6700$ км. В результате маневра, осуществленного с помощью кратковременной работы бортового навигационного двигателя, плоскость орбиты спутника повернулась на угол $\alpha = 40^\circ$, а радиус орбиты не изменился. Каков модуль вектора Δp изменения импульса спутника, произошедшего при этом маневре? Массу планеты примите равной $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг, а гравитационную постоянную $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг². Ответ приведите в кг·м/с, округлив до целых.



Конец текста задачи.

Варьируемый параметр m выбирается от 100 до 200 кг с шагом 10 кг.

Решение. По второму закону Ньютона уравнение движения спутника орбите радиусом R имеет вид $\frac{mv^2}{R} = G \frac{mM}{R^2}$. Отсюда скорость движения спутника по орбите $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, а

модуль его импульса $p_0 = m\sqrt{\frac{GM}{R}}$. По теореме косинусов, $\Delta p = 2p_0 \sin \frac{\alpha}{2}$.

Ответ: $\Delta p = 2m\sqrt{\frac{GM}{R}} \sin \frac{\alpha}{2}$

Расчетная формула $|\Delta p| = 5298,5532767 \cdot m$.

ЗАДАЧА 4

Текст задачи.

Планета невидимок.

*Да, наверное, любопытные вещи можно было бы здесь увидеть,
если бы Комов разрешил запустить сторожа-разведчика.*

Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»

Какой максимальной массой m_{max} может обладать космический зонд сферической формы радиусом r м, чтобы он мог плавать в атмосфере исследуемой планеты? Примите, что атмосфера состоит из газа со средней молярной массой $M = 44$ г/моль., причем давление у поверхности $p_0 = 9$ МПа, а температура $t = 527^\circ$ С. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль·К). Ответ приведите в килограммах, округлив до двух знаков после запятой.

Конец текста задачи.

Варьируемый параметр r . Диапазон изменения от 0,1 до 0,2 м с шагом 0,01 м.

Решение. По закону Архимеда зонд будет плавать при выполнении условия $mg = \rho gV$, где

g – ускорение свободного падения у поверхности планеты, $\rho = \frac{p_0 M}{RT}$ – плотность

атмосферы планеты, $T = t + 273$ К – абсолютная температура атмосферы, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ – объем зонда.

Ответ: $m_{max} = \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{p_0 M}{RT}$.

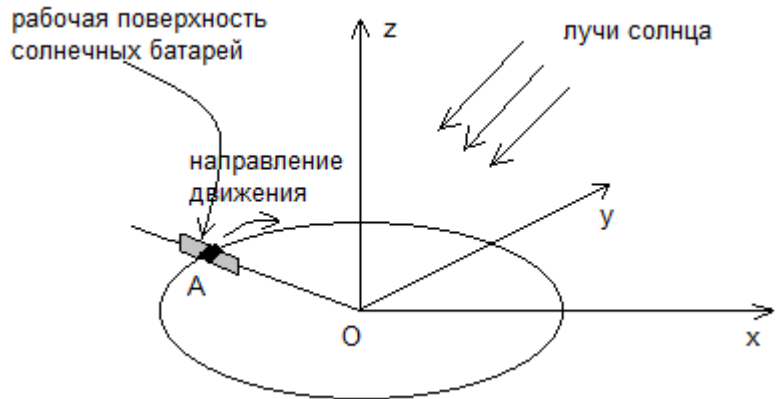
Расчетная формула $m_{max} = 249,8 \cdot r^3$ кг.

ЗАДАЧА 5

Текст задачи.

— Лева спит, — говорю я.
— У нас тут сейчас ночь, вернее, ночное время бортовых суток.
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»

Летательный аппарат вращается вокруг планеты по круговой орбите. Примем планету за материальную точку, расположенную в точке $O(0,0,0)$, радиус орбиты $R = 1$, а плоскость орбиты совпадающей с плоскостью Oxy . Известно, что аппарат ориентирован так, что его солнечные батареи (два прямоугольника) в каждый момент времени расположены в плоскости, содержащей луч AO (A – точка, в который находится



центр масс аппарата) и перпендикулярной плоскости орбиты. При этом стороны прямоугольников параллельны лучам AO и Oz . Будем считать, что солнце находится настолько далеко от планеты, что вектор, направленный на солнце одинаков во всех точках орбиты. Известно, что он имеет координаты $\vec{s} = (1, y, 1)$. В какой точке орбиты энергия E , вырабатываемая солнечными батареями, максимальна? Примите, что $E = k \sin \alpha$, где α – угол падения солнечных лучей на батарею, а k – константа. Солнечные батареи считайте односторонними, а направление вращения аппарата: $(0,1,0) \rightarrow (1,0,0) \rightarrow (0,-1,0) \rightarrow (-1,0,0) \rightarrow \dots$. В ответе укажите тангенс угла между векторами \vec{OA} и $(1,0,0)$, округлив его до 2 знаков после запятой.

Конец текста задачи.

Варьируемый параметр y выбирается от 1 до 5 с шагом 1.

Ответ: Ток максимален тогда, когда максимален угол между вектором \vec{s} и плоскостью батарей, т.е. когда минимален угол между вектором \vec{s} и вектором \vec{n} нормали к плоскости батарей. Пусть φ - угол между векторами $(1,0,0)$ и \vec{OA} , измеряемый от первого вектора ко второму против часовой стрелки (полярный угол). Тогда $\vec{OA} = (\cos \varphi, \sin \varphi, 0)$, а $\vec{n} = (\sin \varphi, -\cos \varphi, 0)$. Угол между вектором \vec{s} и вектором \vec{n} минимален тогда, когда максимально их скалярное произведение

$$(\vec{s}, \vec{n}) = \sin \varphi - y \cos \varphi \rightarrow \max \Leftrightarrow \cos \varphi + y \sin \varphi = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{y}.$$

Ответ $-\frac{1}{y}$.

ЗАДАЧА 6

Текст задачи.

*А сейчас ответь мне: что вверху?
Ты вчера сказал: звезды. Что такое звезды?
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Двойная звезда, разрешаемая только с помощью телескопа, состоит из двух компонент. Одна ярче другой в 2,5 раза. Самая яркая компонента имеет визуальную звездную величину равную 0. Какова визуальная звездная величина этой системы при наблюдении невооруженным глазом? Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Конец текста задачи.

Ответ: -0,36 или -0,37 (оба числа допускаются).

Решение: Пусть m_1, m_2, m_ε – звездные величины первой (более яркой) звезды, второй звезды и двойной звезды соответственно, а $L_1, L_2, L_\varepsilon = L_1 + L_2$ – светимости объектов в визуальном диапазоне. Тогда $m_1 = 0$, а

$$m_\varepsilon = m_\varepsilon - m_1 = -2,5 \log_{10} \frac{L_\varepsilon}{L_1} \approx -0,36.$$

ЗАДАЧА 7

Текст задачи

*Уже с порога рубки я увидел, что имеет место ЧП.
Все три рабочих экрана на моем пульте показывали полный останов.
Киберов кто-то увел...
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Стась задал строительному роботу программу для выполнения работ. В частности, программа содержала подпрограмму, задающую движение робота. Эта программа движений представляла собой строку, состоящую из чисел 1 и (-1). Движения робота проходили вдоль прямой, число 1 означало команду «сделать один шаг вправо», а число (-1) – «сделать один шаг влево». Дойдя до конца строки, робот переходил к ее началу и циклически повторял движения. Например, строка команд $11(-1)1(-1)(-1)$ означало «два шага вправо, шаг влево, шаг вправо, два шага влево, два шага вправо, шаг влево, шаг вправо, два шага влево, два шага вправо и т.д.».

Однако в программе произошел сбой. По неизвестным причинам (Стась подозревает, что робот перепрограммировал Малыш) в какой-то момент (этот момент не известен) робот начал удваивать число шагов с каждым тактом времени. Причем робот прочел всю строку команд; затем, как и положено, перешел к началу строки, продолжил выполнение (по-прежнему, удваивая число шагов), дошел до того такта, на котором произошел сбой, и здесь остановился.

Например, если строка команд имеет вид $11(-1)1(-1)(-1)$, а сбой произошел на третьем такте, то, начиная с этого такта робот двигался так: «один шаг влево, 2 шага вправо, 4 шага влево, 8 шагов влево, 16 шагов вправо, 32 шага вправо, остановка».

Пусть в момент сбоя робот находился в точке A , а в момент остановки оказался в точке B . Например, в приведенном выше примере точка B оказалась в $-1 + 2 - 4 - 8 + 16 + 32 = 37$ шагах правее точки A . На деле, робот оказался так далеко от строительной площадки, что Стась его не видит. Помогите Стасю найти робота! Определите, какое максимальное значение может принять длина отрезка AB .

Входные данные.

Вначале программа должна считать с клавиатуры натуральное число N в диапазоне от 10 до 40 – длина строки. Затем надо ввести с клавиатуры N чисел 1 или (-1).

Выходные данные.

Программа должна вывести одно натуральное число – максимально возможную длину отрезка AB .

Пример (вид экрана после работы программы):

Введите число N

6

Введите данные

1

1

-1

1

-1

-1

Ответ: 41.

Действительно, если сбой произошел в первый такт времени, то $AB = |1 + 2 - 4 + 8 - 16 - 32| = 41$. Если сбой произошел на втором такте, то $AB = |1 - 2 + 4 - 8 - 16 + 32| = 11$. Для третьего такта $AB = |-1 + 2 - 4 - 8 + 16 + 32| = 37$ (мы это уже считали). Для четвертого: $AB = |1 - 2 - 4 + 8 + 16 - 32| = 13$, для пятого $AB = |-1 - 2 + 4 + 8 - 16 + 32| = 25$, а для шестого $AB = |-1 + 2 + 4 - 8 + 16 - 32| = 19$. Максимальная длина равна 41.

Напишите программу на Вашем любимом языке программирования.

Конец текста задачи.

Ответ: загруженный программный код.

ЗАДАЧА 8

Текст задачи.

Они все притворяются, будто мы уже овладели космосом, будто мы в космосе как дома. Неверно это. И никогда это не будет верно. Космос всегда будет космосом, а человек всегда остается всего лишь человеком.
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»

Размер наблюдаемой части космоса составляет 4 Гпк. Оцените среднюю плотность вещества в пространстве в $\text{кг}/\text{м}^3$, если считать, что этого вещества достаточно, чтобы наблюдаемая Вселенная оставалась гравитационно связанной. Дайте развернутый ответ.

Конец текста задачи.

Ответ: $1,1 \cdot 10^{-26} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Решение: Свет шел от наблюдаемой границы Вселенной - $4 \cdot 10^9 \cdot 3,26 = 1,3 \cdot 10^{10}$ лет

Считая, что расширение линейно, найдем значение постоянной Хаббла:

$$c = HR \Rightarrow H = \frac{c}{R} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ км/с}}{4 \cdot 10^3 \text{ Мпк}} = 75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$$

Скорость убегания на границе наблюдаемой Вселенной равна 2-ой космической, следовательно,

$$\sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{8}{3}\pi R^2 G \rho_{\text{кр}}} = HR \Rightarrow \rho_{\text{кр}} = \frac{3H^2}{8\pi G} = \frac{3 \cdot \left(75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}\right)^2}{8 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} = 1,1 \cdot 10^{-26} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$