

## 8-9 классы

где  $\eta = 0,9$  – КПД электродвигателя,  $m = 10^7$  кг – масса, которую в течение часа может поднять ТАЭС,  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения,  $h = 100$  м – перепад высот для поднятых и опущенных грузов.

Если электродвигатели используются для поднятия грузов, то за один час непрерывной работы ТАЭС потребляет

$$E_{\text{электрдв.час}} = \frac{mgh}{\eta} \approx 1,1 \cdot 10^{10} \text{ Дж}$$

Предположим, что на протяжении всего промежутка времени, когда электричество стоит 2 руб./кВт·ч, ТАЭС поднимает грузы. На это потребуется

$$E_{\text{электрдв.}} = 8 \cdot E_{\text{электрдв.час}} = 8,8 \cdot 10^{10} \text{ Дж}$$

При этом будет потрачено

$$P_{\text{расход.сутки}} = 2 \frac{\text{руб.}}{\text{кВт} \cdot \text{ч}} \cdot 8,8 \cdot 10^{10} \text{ Дж} \approx 2 \frac{\text{руб.}}{\text{кВт} \cdot \text{ч}} \cdot 2,4 \cdot 10^4 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 4,8 \cdot 10^4 \text{ руб.}$$

Отдельно отметим, что суммарной массы грузов достаточно для непрерывной работы ТАЭС в течение указанного времени.

Как видно из гистограммы, отображающей изменение стоимости электроэнергии в течение суток, на протяжении 7 часов можно опускать грузы и продавать генерируемую при этом электроэнергию по цене 5 руб./кВт·ч. Для того чтобы полностью опустить все поднятые грузы, еще один час электродвигатели должны работать в режиме генераторов, когда ТАЭС опускает грузы и продает электроэнергию по цене 4 руб./кВт·ч.

Таким образом, опустив все поднятые за ночь грузы, можно получить доход

$$P_{\text{доход.сутки}} = 5 \frac{\text{руб.}}{\text{кВт} \cdot \text{ч}} \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10^9 \text{ Дж} + 4 \frac{\text{руб.}}{\text{кВт} \cdot \text{ч}} \cdot 9 \cdot 10^9 \text{ Дж} \approx 8,8 \cdot 10^4 \text{ руб.} + 10^4 \text{ руб.} \\ \approx 9,8 \cdot 10^4 \text{ руб.}$$

Прибыль в течение суток можно определить как разницу между доходами и расходами:

$$P_{\text{прибыль.сутки}} = 9,8 \cdot 10^4 \text{ руб.} - 4,8 \cdot 10^4 \text{ руб.} = 5 \cdot 10^4 \text{ руб.}$$

Нетрудно убедиться в том, что именно рассмотренная стратегия выбора интервалов времени, в течение которых следует опускать и поднимать грузы, дает максимальную прибыль (поскольку мы поднимаем грузы в течение всего времени, когда стоимость электроэнергии минимальна, а опускаем в течение всего времени, когда ее стоимость максимальна, плюс остается еще один час, когда стоимость максимальна в оставшемся интервале времени).

Зная прибыль в течение одних суток, можно найти прибыль в течение месяца (считаем, что в месяце 30 дней):

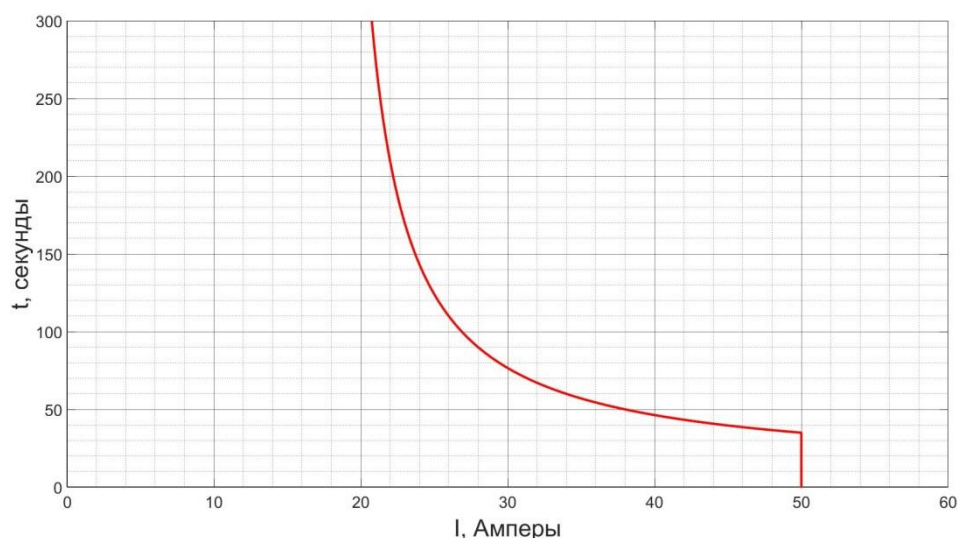
$$P_{\text{прибыль.месяц}} = 30 \cdot P_{\text{прибыль.сутки}} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ руб.}$$

**Ответ: максимальную прибыль за месяц можно оценить как 1,5 миллиона рублей.**

## **Задача 2 (20 баллов)**

В Васиной квартире идет ремонт, поэтому электроплиту и электрочайник с кухни пришлось перенести в комнату. Провода, идущие к комнатным розеткам, защищены от перегрузки старым автоматическим выключателем, срабатывающим, когда проходящий через него ток достигает слишком больших значений. Время  $t$ , через которое выключатель размыкает цепь, зависит от силы протекающего через него тока  $I$  так, как показано на рисунке. Напряжение в сети – 220 В. Духовка в плите потребляет 3,5 кВт, чайник – 2,4 кВт. Сколько воды Вася может вскипятить в чайнике за один раз при работающей духовке, не допуская срабатывания автоматического выключателя?

Температура заливаемой в чайник воды равна  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , удельная теплоемкость воды –  $4200\text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C})$ . Теплопотерями в чайнике пренебречь.



**Решение:**

Пусть  $U = 220\text{ В}$  — напряжение в сети,  $W_1$  — мощность, потребляемая духовкой электроплиты, а  $W_2$  — мощность, потребляемая электрочайником. Поскольку духовка и чайник подключаются параллельно, при их одновременной работе протекающий через автоматический выключатель ток равен

$$I = \frac{W_1}{U} + \frac{W_2}{U} \approx 26,8\text{ А.}$$

Из приведенного графика видно, что при токе  $I = 26,8\text{ А}$  выключатель разомкнет цепь через время  $t \approx 100\text{ с}$ . За это время в чайнике можно вскипятить (нагреть от температуры  $T_1 = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$  до температуры  $T_2 = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) воду массой

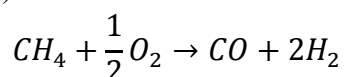
$$m = \frac{W_2 t}{c(T_2 - T_1)} \approx 635\text{ г};$$

здесь  $c = 4200\text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C})$  — удельная теплоемкость воды.

**Ответ: около 635 г.**

**Задача 3 (20 баллов)**

Инженеру Алексею Петровичу дали задание рассчитать технологическую схему получения чистого водорода путем неполного окисления метана, содержащего примеси сероводорода и хлора (реакция 1):

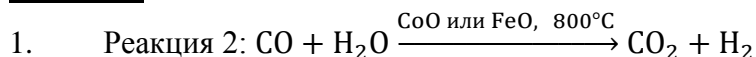


Общий объем метана с примесями –  $11,2\text{ л}$  при н.у., при этом содержание метана, хлора и сероводорода равно 87, 4 и 9 мольных процентов соответственно. Полученную газовую смесь пропускают через водяной пар при температуре  $800\text{ }^{\circ}\text{C}$  над катализатором ( $\text{CoO}$  или  $\text{FeO}$ ) (реакция 2), при этом один из продуктов указанной реакции совпадает с одним из продуктов реакции взаимодействия сероводорода и карбоната калия (реакция 3). Затем

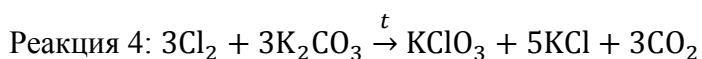
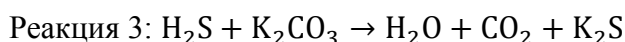
для очистки от примесей сероводорода и хлора газ, полученный в реакции 2, пропускают через горячий концентрированный раствор карбоната калия (реакция 3 и реакция 4). Последняя стадия – очистка водорода от углекислого газа (реакция 5) путем продувания продуктов последовательно проведенных реакций 2, 3 и 4 через колонку, которая представляет собой сосуд, заполненный порошком оксида кальция при температуре 500 – 800 °С. Помогите Алексею Петровичу с расчетом технологической схемы:

1. запишите уравнения реакций 2 – 5;
2. на сколько изменилась масса колонки, заполненной оксидом кальция?

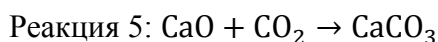
**Решение:**



Таким образом, после реакции 2 газовая смесь состоит из  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2$ ,  $\text{H}_2\text{S}$  и  $\text{Cl}_2$ .



Таким образом, после реакций 3 и 4 газовая смесь состоит из  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2$ .



Таким образом, после реакции 5 из газообразных продуктов остался только  $\text{H}_2$ .

2. Пусть  $x = v(\text{CH}_4)$ ,  $y = v(\text{Cl}_2)$  и  $z = v(\text{H}_2\text{S})$  — количество вещества метана, хлора и сероводорода соответственно. В реакциях 2, 3 и 4 выделяется  $\text{CO}_2$ , который взаимодействует с  $\text{CaO}$  в реакции 5. Из реакций 1, 2, 3 и 4 следует, что количество вещества  $\text{CO}_2$  равно  $v(\text{CO}_2) = x + y + z = 0,5$  моль. Тогда изменение массы колонки, заполненной порошком оксида кальция, можно рассчитать как массу поглощенного  $\text{CO}_2$ , т.е. как  $\mu(\text{CO}_2) \cdot v(\text{CO}_2) = 22$  г, где  $\mu(\text{CO}_2)$  – молярная масса  $\text{CO}_2$ .

**Ответ: масса колонки увеличилась на 22 г.**

**Задача 4 (20 баллов)**

Биологический отсек космического корабля первоначально заполнен воздухом при давлении 1 атм. После возникновения в обшивке отсека микротрещины отсек стал ежедневно терять 0,5 кг воздуха, что привело к падению давления со скоростью 1 мм рт. ст. в час. Для выполнения запланированной программы исследований нельзя допустить падения парциального давления кислорода в отсеке более чем на 30% от его исходного уровня. Запас кислорода для биологического отсека на космическом корабле составляет 5 кг. Какова оптимальная стратегия расходования кислорода для компенсации утечки воздуха? Оцените, в течение какого времени при такой стратегии можно поддерживать минимально допустимое парциальное давление кислорода. Какое давление будет в биологическом отсеке к моменту истощения запаса кислорода? Температура в отсеке поддерживается постоянной.

### Решение:

При постоянной температуре в каждый момент времени скорость падения парциального давления любого входящего в состав воздуха газа (в частности, кислорода) можно считать пропорциональной концентрации молекул этого газа, то есть его текущему парциальному давлению. Поэтому оптимальная стратегия поддержания парциального давления кислорода на уровне не ниже  $p_{min}^k = \eta p_0^k = 106$  мм рт. ст., где  $\eta = 0,7$ , а  $p_0^k = 0,2$  атм — начальное парциальное давление кислорода (для оценки считаем, что воздух состоит из 20 % кислорода и 80 % азота, и пренебрегаем различием масс молекул кислорода и азота), состоит в том, чтобы сначала дать давлению кислорода упасть до  $p_{min}^k$ , не компенсируя утечку кислорода, а затем малыми порциями (например, ежедневно) расходовать имеющийся запас кислорода для поддержания давления на уровне вблизи  $p_{min}^k$ .

Пусть  $p_0 = 1$  атм — начальное давление воздуха, а  $p_1$  — давление воздуха через сутки после возникновения утечки. По условию, в течение суток давление падает на 24 мм рт. ст., т.е. относительное изменение давления за сутки равно  $\beta = \frac{p_0 - p_1}{p_0} = \frac{24}{760} \approx 0,0316 \ll 1$  (поскольку  $p_0 = 1$  атм = 760 мм рт. ст.). Тогда  $p_1 = \alpha p_0$ , где  $\alpha = 1 - \beta \approx 0,9684$ . Так как скорость падения парциального давления кислорода пропорциональна его текущему парциальному давлению,  $p_n^k = \alpha p_{n-1}^k = \alpha^n p_0^k$ , где  $p_i^k$  — парциальное давление кислорода в биологическом отсеке к концу  $i$ -х суток с момента возникновения утечки. Пусть  $N$  — номер суток, в конце которых давление кислорода упадет до  $p_{min}^k$ ; тогда для нахождения  $N$  нужно решить уравнение

$$\alpha^N = \eta.$$

Точное решение этого уравнения относительно  $N$  может быть найдено с использованием логарифмической функции ( $N = \log_{\alpha} \eta \approx 11,1154 \approx 11$ ) или подбором. Однако с очень хорошей точностью приближенный ответ можно получить с помощью следующих простых соображений. Пусть  $\Delta p_n^k$  — падение парциального давления кислорода за  $n$ -е сутки. Ясно, что самое грубое приближение состоит в том, чтобы считать, что на протяжении всех  $1 \dots N$  суток  $\Delta p_n^k$  оставалось неизменным и равным своему значению сразу после появления утечки, т.е.  $\Delta p_1^k$ ; однако ясно также, что это приближение можно существенно улучшить, если по-прежнему считать суточное падение давления неизменным, но принять его равным не  $\Delta p_1^k$ , а среднему арифметическому  $\frac{\Delta p_1^k + \Delta p_N^k}{2} = \frac{1+\eta}{2} \Delta p_1^k = 0,85 \Delta p_1^k$ . Тогда из уравнения

$$N \frac{1+\eta}{2} \Delta p_1^k = (1 - \eta) p_0^k$$

находим  $N \approx 11,1765$ , т.е. опять  $N \approx 11$ .

В момент появления трещины суточная утечка кислорода была равна  $\Delta m_0^k = c_k \Delta m = 0,1$  кг, где  $c_k = 0,2$  — массовая доля кислорода в воздухе, а  $\Delta m = 0,5$  кг — суточная потеря воздуха. Поэтому после падения давления кислорода до  $p_{min}^k$  в процессе поддержания его на этом уровне суточная потеря кислорода будет равна  $\Delta m^k = \eta \Delta m_0^k = 0,07$  кг. Следовательно, если масса запаса кислорода равна  $M$ , то после падения давления кислорода до  $p_{min}^k$  поддерживать его на этом уровне можно будет в течение  $N_1 = \frac{M}{\Delta m^k} \approx 71,43 \approx 71$  суток. Таким образом, полная продолжительность интервала времени, на котором можно обеспечить парциальное давление кислорода на уровне, не меньшем чем  $p_{min}^k$ , равна  $n = N + N_1 = 82$  суткам. К концу этого периода давление азота упадет

до  $p_{\text{конечное}}^a = c_a p_0 \alpha^n \approx 44$  мм рт. ст. (здесь  $c_a = 0,8$  — массовая доля азота в воздухе), а полное давление газовой атмосферы в биологическом отсеке станет равным  $p_{\text{конечное}} = p_{\text{min}}^k + p_{\text{конечное}}^a \approx 150$  мм рт. ст.

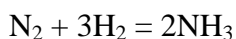
**Ответ: в течение 82 суток; 150 мм рт. ст.**

### **Задача 5 (20 баллов)**

Предприятие получает аммиак взаимодействием азота и водорода с применением катализатора. После каждого прохода катализатора образовавшийся аммиак удаляют охлаждением. При каждом проходе катализатора в реакцию с водородом вступает четверть имеющегося азота. Из-за несовершенства технологического процесса при каждом удалении аммиака из зоны реакции также удаляется 1 кг азота, который не участвует в дальнейших превращениях. Сколько аммиака может получить предприятие из 100 кг азота? Водород всегда присутствует в избытке.

### **Решение:**

Запишем уравнение реакции:



Пусть  $x_n$  кг — масса азота, оставшегося после  $n$ -ого прохода катализатора; при этом  $x_0 = 100$ . Тогда  $x_{n+1} = 0,75x_n - 1$ . Пусть  $y_n = x_n + 4$ , тогда  $y_{n+1} = 0,75y_n$ ,  $y_0 = 104$ . Отсюда получаем, что  $y_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n \cdot 104$ . Реакция идет, пока  $y_n \geq 4$ , то есть  $n \leq 11$ . Таким образом, проход катализатора осуществляется 12 раз, причем 11 раз удаляется 1 кг азота, после 12-ого прохода — остаток  $0,75x_{11} = 0,75 \cdot \left(\left(\frac{3}{4}\right)^{11} \cdot 104 - 4\right) \approx 0,3$  кг. Таким образом, не прореагируют с водородом 11,3 кг азота, а прореагируют 88,7 кг или  $\frac{88,7 \text{ кг}}{28 \text{ кг/кмоль}} = 3,17$  кмоль азота. Получаем  $3,17 \text{ кмоль} \cdot 2 = 6,34 \text{ кмоль}$  аммиака, то есть  $6,34 \text{ кмоль} \cdot 17 \text{ кг/кмоль} = 107,7 \text{ кг}$  аммиака.

**Ответ: 107,7 кг.**