

# Универсиада «Ломоносов» по эконометрике 2024

## Отборочный этап

25 января 2024 г. – 26 февраля 2024 г.

40 баллов (100%)

**ВАЖНО:** текст выполненной работы не должен содержать ФИО и любую информацию об авторе, иначе работа дисквалифицируется. Титульный лист и колонтитулы не нужны. Вы можете напечатать решение либо написать от руки и отсканировать. Можно совместить эти способы. Все страницы необходимо объединить в один файл в формате pdf. Если Вы пишете решения от руки, то сканы/фото решений должны быть хорошего качества (читаемы). При решении указывайте номер задания.

Выполненное задание необходимо загрузить на сайт Универсиады до 23.59 (по Московскому времени) 26 февраля 2024 г. по ссылке: <https://lomonosov-msu.ru/rus/event/8554/>

### Задание 1 (10 баллов)

Начинающий макроэкономист исследует, как связаны темп прироста государственных расходов и темп прироста ВВП. Для этого он оценивает следующую парную регрессию методом наименьших квадратов (МНК):

$$y_{it} = \alpha + \beta * g_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (1)$$

где:

$g_{it} = \frac{(G_{it}-G_{it-1}) * 100}{G_{it-1}}$  — темп прироста государственных расходов (G) страны i в году t в постоянных ценах;

$y_{it} = \frac{(Y_{it}-Y_{it-1}) * 100}{Y_{it-1}}$  — темп прироста ВВП (Y) страны i в году t в постоянных ценах;

$\varepsilon_{it}$  — случайный шок;

$\alpha$  и  $\beta$  – коэффициенты модели.

**А) (6 баллов)** Начинаящий макроэкономист решил, что вместо темпов прироста государственных расходов и ВВП ему нужно использовать их темпы роста:  $\frac{G_{it} * 100}{G_{it-1}}$  и  $\frac{Y_{it} * 100}{Y_{it-1}}$ .

Он заново оценил модель (1) методом наименьших квадратов. Что произойдет с МНК-оценками коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ , статистической значимостью коэффициента  $\beta$  и с коэффициентом детерминации  $R^2$ ? Дайте пояснения, приведите формальные выкладки.

**Б) (4 балла)** Затем начинающий макроэкономист решил, что вместо темпов прироста государственных расходов и ВВП ему нужно использовать их цепные коэффициенты прироста  $\frac{(G_{it}-G_{it-1})}{G_{it-1}}$  и  $\frac{(Y_{it}-Y_{it-1})}{Y_{it-1}}$ .

Он заново оценил модель (1) методом наименьших квадратов. Что произойдет с МНК-оценками коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ , статистической значимостью коэффициента  $\beta$  и с коэффициентом детерминации  $R^2$ ? Дайте пояснения, приведите формальные выкладки.

## Задание 2 (7 баллов)

Студенты Хогвартса выбирают карьерный путь. Гарри Поттер хочет стать мракоборцем. Для этого ему нужно набрать как можно больше баллов на экзамене. Гарри решил проанализировать статистику и собрал следующие данные о 200 студентах:

$y_i$  — баллы за экзамен, которые набрал студент  $i$ ;

$d_i$  — бинарная переменная, принимающая значение 1, если студент  $i$  посещал дополнительные занятия по высшим зельям у профессора Спейпа, и 0, если не посещал;

$G_i$  — бинарная переменная, принимающая значение 1, если студент  $i$  учится на факультете Гриффиндор, и 0, если на любом другом факультете (факультетов всего 4);

$S_i$  — бинарная переменная, принимающая значение 1, если студент  $i$  учится на факультете Слизерин, и 0, если на любом другом факультете;

$K_i$  — бинарная переменная, принимающая значение 1, если студент  $i$  учится на факультете Рейвенкло, и 0, если на любом другом факультете;

$H_i$  — бинарная переменная, принимающая значение 1, если студент  $i$  учится на факультете Хаффлпаф, и 0, если на любом другом факультете;

**А) (3 балла)** Гарри проверяет гипотезу, что студенты всех факультетов при прочих равных условиях одинаково сдают экзамен. Для этого он хочет оценить следующее уравнение регрессии методом наименьших квадратов:

$$y_i = \alpha + \beta_1 * G_i + \beta_2 * S_i + \beta_3 * K_i + \beta_4 * H_i + \beta_5 * d_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

где  $\alpha, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$  — коэффициенты модели;  $\varepsilon_i$  — случайный шок (предполагаем здесь и далее, что шоки независимо и нормально распределены с нулевым математическим ожиданием и одинаковой дисперсией).

Мог ли Гарри получить в результате такие МНК-оценки коэффициентов? Почему? Приведите обоснование.

$$\hat{y}_i = 65 - 3 * G_i + 5 * S_i + 8 * K_i - 7 * H_i + 10 * d_i \quad (2)$$

Что нужно сделать, чтобы всё-таки проверить гипотезу? Укажите нулевую и альтернативную гипотезу в обозначениях из задания, а также вид расчётной статистики и критерий принятия решения.

**Б) (4 балла)** Гарри оценивает новое уравнение регрессии:

$$y_i = \alpha + \beta_1 * G_i * d_i + \beta_2 * S_i * d_i + \beta_3 * K_i * d_i + \beta_4 * H_i * d_i + \varepsilon_i \quad (3)$$

Мог ли Гарри получить в результате такие МНК-оценки коэффициентов?

$$\hat{y}_i = 65 + 2 * G_i * d_i + 5 * S_i * d_i + 8 * K_i * d_i + 4 * H_i * d_i, R^2 = 0.8 \quad (4)$$

Почему? Столкнулся ли Гарри с той же эконометрической проблемой, что и в предыдущем пункте? Приведите формальное обоснование.

Если это возможно, то на 5% уровне значимости проверьте гипотезу, что при прочих равных посещение дополнительных занятий по высшим зельям у профессора Снейпа одинаково влияет на баллы за экзамен у студентов всех 4 факультетов. Укажите нулевую и альтернативную гипотезу в обозначениях из задания, расчётную и табличную статистики и критерий принятия решения. Сделайте вывод.

Если эту гипотезу проверить невозможно, то запишите, как нужно изменить уравнение регрессии.

### Задание 3 (12 баллов)

Егор работает в Ценном Банке страны А и оценивает логит-модель бинарного выбора для прогноза вероятности банкротства предприятий:

$$P(y_i = 1) = \Lambda(\alpha + \beta x_i)$$

где:

$y_i$  принимает только значения 1, если предприятие обанкротилось, и 0, если нет;

$x_i$  принимает только значения 1, если за предшествующий год выручка предприятия росла, и 0, если нет;

$\Lambda()$  – логистическая функция:  $\Lambda(\alpha + \beta x) = \frac{e^{(\alpha + \beta x)}}{1 + e^{(\alpha + \beta x)}}$ ;

$\alpha$  и  $\beta$  – коэффициенты модели.

Егор располагает следующими сведениями о количестве наблюдений:

	$x_i = 0$	$x_i = 1$
$y_i = 0$	$n_1$	$n_2$
$y_i = 1$	$n_3$	$n_4$

**А) (4 балла)** Найдите оценки коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  методом максимального правдоподобия. Выразите их через  $n_1, n_2, n_3, n_4$ .

**Б) (2 балла)** Покажите, что среднее значение предсказанной по этой модели вероятности равно доле обанкротившихся предприятий в выборке.

**В) (3 балла)** Затем Егор хочет оценить прогностическое качество модели. Результаты представлены в таблице:

	Предприятие на самом деле обанкротилось	Предприятие на самом деле не обанкротилось
Модель предсказала банкротство	0	20
Модель предсказала, что предприятие не обанкротилось	100	1880

Рассчитайте величину ошибки 1 и 2 рода для этой модели, дайте пояснение, что такое ошибки 1 и 2 рода. Какой вывод о прогностическом качестве модели можно сделать на основе данных из этой таблицы?

**Г) (2 балла)** Теперь Егор использует для построения логит-модели бинарного выбора другой набор данных. Сведения о количестве наблюдений представлены в таблице:

	$x_i = 0$	$x_i = 1$
$y_i = 0$	0	$m_1$
$y_i = 1$	$m_2$	$m_3$

Что произойдёт с оценками коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  по сравнению с пунктом А?

**Д) (1 балл)** Какие ещё модели для прогноза вероятности банкротства предприятий Вы можете предложить?

#### Задание 4 (11 баллов)

Вам необходимо разработать дизайн эконометрического исследования.

Гипотезы исследования:

1. В развитых странах наблюдается эффект декаплинга (decoupling), а в странах с развивающимися рынками – не наблюдается.

\*Эффект декаплинга – это «рассогласование трендов роста экономических результатов, с одной стороны, и потребления природных ресурсов и объема загрязнений, с другой».<sup>1</sup> Или «увеличение производства товаров и услуг при сокращении использования природных ресурсов и загрязнений».<sup>2</sup>

2. Имеет место так называемая «экологическая кривая Кузнеца», то есть закономерность: «при росте дохода на душу населения уровень деградации окружающей среды сначала растёт, а затем — по мере достижения определенного уровня благосостояния — он начинает снижаться».<sup>3</sup>

3. Чем больше доля углеводородов в экспорте страны, тем выше тот уровень благосостояния, после достижения которого начинается нисходящая часть экологической кривой Кузнеца.

Вам необходимо пошагово описать дизайн исследования, которое бы Вы проводили, чтобы проверить эти гипотезы. Но само исследование с расчётами проводить не надо!

Обязательными пунктами являются:

- определение спецификации уравнений для проверки двух гипотез из условия;
- запись трёх гипотез в терминах модели (через коэффициенты уравнения);
- описание данных: выборки и используемых показателей;
- указание метода оценки, необходимых тестов и критериев оценки качества эконометрического уравнения.
- аргументация со ссылками на теорию и/или опубликованные эмпирические работы и/или отчёты ведомств, международных организаций.

Вы можете дополнительно выдвигать другие гипотезы, помимо указанных в условии задания.

---

<sup>1</sup> Бобылев С. Н. Экономика устойчивого развития: учебник / С.Н. Бобылев. — Москва: КНОРУС, 2021. — 672 с. — (Бакалавриат и магистратура). стр. 133

<sup>2</sup> Там же, стр. 218

<sup>3</sup> Там же, стр. 90