Секция «19.10 Математическая логика, алгебра и теория чисел»

О росте свободных бернсайдовых групп

Научный руководитель – Атабекян Варужан Сергеевич

Байрамян Арман Артурович
Аспирант
Ереванский государственный университет, Факультет математики и механики, Ереван, Армения
E-mail: abayramyan2000@gmail.com

Рост конечно-порожденной группы измеряет скорость увеличения числа ее элементов в зависимости от их словарной длины относительно фиксированного конечного порождающего множества. Изучение асимптотического поведения функции роста является важной задачей геометрической теории групп. Известно, что конечно-порожденные группы могут иметь полиномиальный, экспоненциальный или промежуточный рост.

Особый интерес представляет рост свободных бернсайдовых групп $B(m,n)$, которые задаются как факторгруппа свободной группы ранга m по нормальной подгруппе, порожденной всеми n-ми степенями. С. И. Адян доказал, что группа $B(m,n)$ имеет экспоненциальный рост для нечетных $n \geq 665$ и $m \geq 2$. Для случая $m = 2$ им была получена явная нижняя оценка функции роста [1].

Безусловно, из оценки Адяна автоматически следует экспоненциальный рост свободных бернсайдовых групп $B(m,n)$ и для любого большего числа образующих m. Однако в данной работе (основные результаты изложены в [2]) мы получаем более точную оценку для каждого ранга m, которая находит применение в дальнейшем.

Основной результат работы заключается в следующем: для всех $m \geq 2$, нечетных $n \geq 665$ и любого натурального s относительно множества свободных образующих S выполняется неравенство:

$$\gamma_{B(m,n),S}(s) \geq \frac{m}{m-1}(2m-1-2\cdot 10^{-3})^s.$$

Данный результат позволяет получить явные нижние оценки функций роста для широкого класса конечно-порожденных групп. В частности, если m-порожденная группа G допускает сюръективный гомоморфизм на $B(m,n)$ при нечетном $n \geq 665$, то ее рост ограничен снизу аналогичной функцией. Этот подход находит применение при конструировании и исследовании бесконечных семейств групп с заданными свойствами, в том числе при изучении групп, удовлетворяющих вероятностному тождеству $x^n = 1$ [3].

Источники и литература

1) Адян С.И. Проблема Бернсайда и тождества в группах. Москва, 1975.
2) A. Bayramyan, On Growth of Free Burnside Groups // Armen. J. Math. 2025. Vol. 17, No. 8. P. 1-7.
3) V.S. Atabekyan, A.A. Bayramyan, V.H. Mikaelian, A continuum of non-isomorphic 3-generator groups with probabilistic law $x^n = 1$ // arXiv Preprint (arXiv:2504.20591)